

Termingeschäfte und Derivate

Hans Rau-Bredow

hans.rau-bredow@uni-wuerzburg.de

Wiederholung und Ergänzungen

Wintersemester 2025/26

Auszahlung im Best Case / Worst Case

<i>Art des Geschäftes:</i>	<i>Max. Gewinn:</i>	<i>Max. Verlust:</i>
Kauf Call:	unendlich	Optionsprämie
Verkauf Call (Stillhalter):	Optionsprämie	unendlich
Kauf Put:	Basispreis abzgl. Optionsprämie*	Optionsprämie
Verkauf Put (Stillhalter):	Optionsprämie	Basispreis abzgl. Optionsprämie*
Kauf Future:	unendlich	Terminkurs*
Verkauf Future:	Terminkurs*	unendlich

* Mit Null als unterer Preisgrenze.

Bewertung von Aktienfutures

Aktiekurs: $S_0 = 141 \text{ €}$

Zins*: $r = 2\%$

Dividendenrendite*: $q = 5\%$

*** stetige Verzinsung.**

a) Berechne den arbitragefreien Kurs eines 9-Monats-Futures!

b) Liegt Contango oder Backwardation vor?

zu a)

Aktien = Investitionsgüter, also gilt:

$$F_0 = S_0 e^{(r-q)T}, \text{ mit } e = 2,71828 \text{ (Eulersche Zahl)}$$

$$F_0 = 141 e^{(0,02 - 0,05) 0,75}$$

$$= 141 * 0,9778$$

$$= 137,8629$$

Der Future-Preis beträgt 137,8629 €

zu b)

- **Backwardation, denn $F_0 = 137,8629 \text{ €} < S_0 = 141 \text{ €}$**
- **dies liegt daran, dass hier die Dividendenrendite q größer ist als die Verzinsung Zins r**
- **denn wegen $r < q$ bzw. $r - q < 0$ folgt $e^{(r - q) T} < 1$**

- 1. Beobachtung: Bei Negativzinsen $r < 0$ hätte man also immer Backwardation bei Aktienfutures (auch wenn bei $q = 0$ keine Dividenden gezahlt werden).**
- 2. Beobachtung: Liegen keine Negativzinsen vor, kann bei Rohstoffen Backwardation nicht dadurch erklärt werden, dass die Rendite q größer ist als der Zins r , denn Rohstoffen haben eine negative Rendite in Form von Lagerkosten u .**

Währungs-Futures

Währungsfuture US-Dollar / Japanischer Yen (USD/JPY)

- Zins Japan: 1% p.a. (stetiger Zinssatz)
- Zins USA: 4% p.a. (stetiger Zinssatz)
- Wechselkurs (Spotpreis): $S_0 = 130 \text{ ¥}$ ($1 \$ = 130 \text{ ¥}$)

- a) Welche Arbitrage-Strategie bietet sich an?
- b) Welches Risiko ist damit verbunden?
- c) Wie könnte man sich absichern?
- d) Wie hoch ist der Gewinn bei vollständiger Absicherung?
- e) Berechnen Sie den entsprechenden Terminkurs bei einer Laufzeit von 6 Monaten!

H+ Geldanlage

Der größte Carry-Trade endet – die Börsen-Rally auch?

Der billige Yen war jahrzehntelang globale Finanzierungsquelle. Unter Japans Premierministerin Takaichi zeichnet sich das Ende der Ära ab – und damit einer einflussreichen Handelsstrategie.

Tom Thiele, Andreas Neuhaus

05.12.2025 - 15:41 Uhr



Artikel anhören für Abonnenten verfügbar

Zu a) Verschuldung in japanischen Yen JPY und Anlage in US-Dollar USD: 3% Zinsdifferenz („Carry-Trade“ im engeren Sinn)

**Zu b) Wechselkursrisiko: Der Yen könnte sich gegenüber den US-Dollar aufwerten. Dann müssten mehr US-Dollar für die Rückführung der Yen-Verschuldung aufgewendet werden.
Im August 2024 wertete der Yen zum Beispiel innerhalb von 48 Stunden um etwa zwölf Prozent gegenüber dem Dollar auf.**

Zu c) Terminkontrakt: Vereinbarung eines festen Rücktauschkurses der US-Dollar in Yen bei Fälligkeit des Yen-Kredites.

Zu d) Bei vollständiger Absicherung wäre der Gewinn gleich Null: Kein „free lunch“ in arbitragefreien Märkten.

Zu e) Formel für den Terminkurs: $F_0 = S_0 e^{(r - q) T}$

Dabei ist (japanische Perspektive):

- $S_0 = 130$ (ein Dollar kostet 130 Yen)
- $r = \text{Yen-Zins} = r_{¥} = 0,01$
- $q = \text{Dollar-Zins} = r_{\$} = 0,04$
- $T = 0,5$ (6 Monate)

$$F_0 = S_0 e^{(r_{¥} - r_{\$}) T} = 130 e^{(0,01 - 0,04) 0,5} = 128,0646$$

Überprüfung

Heute:

- Verschuldung in Yen, Kreditaufnahme 130 Mio. ¥
- Tausch in 1 Million US-Dollar zum Kurs $1 \$ = 130 ¥$
- Abschluss eines Terminkontraktes mit $F_0 = 128,065 ¥$ zum Rücktausch der Dollar in Yen bei Fälligkeit des Yen-Kredits

In 6 Monaten:

- Kreditschulden: $130 \text{ Mio. ¥} \cdot e^{0,01 \cdot 0,5} = 130,6516 \text{ Mio. ¥}$
- Dollar-Guthaben inkl. Zinsen: $1 \text{ Mio. \$} e^{0,04 \cdot 0,5} = 1,0202 \text{ Mio. \$}$
- Tausch des Dollarguthabens in Yen zum Terminkurs
 $F_0 = 128,0646 ¥$ ergibt $1,0202 \text{ Mio. \$} * 128,0646 = 130,6515 ¥$
- Gewinn = Null (bis auf Rundungsfehler)

- Hier wurde die Perspektive eines Investors aus Japan eingenommen. Dieser nimmt einen Kredit in japanischen Yen auf und investiert in ein bestimmtes Asset, nämlich in diesem Fall in die Fremdwährung US-Dollar.
- Der Spotpreis entspricht dem Wechselkurs: 1 \$ kostet $S_0 = 130$ japanische Yen (Perspektive eines Investors aus Japan)
- Zins r ist hier der heimische Zins $r_{¥}$ für japanische Yen.
- Die Asset-Rendite q entspricht dem Zins $r_{\$}$ für US-Dollar.

- **Der Terminkurs liegt bei ca. $F_0 = 128$ ¥, das ist ein Abschlag von 1,5% (entspricht 3% Zinsdifferenz für 6 Monate) gegenüber dem Spotpreis von 130 ¥ (Backwardation).**
- **Beim Rücktausch in 6 Monaten bekommt man also nur noch 128 ¥ je Dollar, dadurch wird die höhere Verzinsung des Dollarguthabens wieder ausgeglichen.**

Lösung aus US-Perspektive

Aus der US-Perspektive muss die Wechselkursnotierung angepasst werden: 1 Dollar kostet 130 Yen wäre zu übersetzen in 1 Yen kostet $S_0 = 1 \$ / 130 ¥ = 0,0077 \$$ (100 Yen kosten 77 US-Cent).

(man unterscheidet hier zwischen Mengennotierung und Preisnotierung)

Formel für den Terminkurs: $F_0 = S_0 e^{(r - q) T}$

Dabei ist (US-Perspektive):

- $S_0 = 0,0077$ (ein Yen kostet $1/130 = 0,0077$ Dollar)
- $r = \text{Dollar-Zins} = r_{\$} = 0,04$
- $q = \text{Yen-Zins} = r_{¥} = 0,01$
- $T = 0,5$ (6 Monate)

$$F_0 = S_0 e^{(r_{¥} - r_{\$}) T} = 0,0077 e^{(0,04 - 0,01) 0,5} = 0,0078$$

- Der Terminkurs liegt bei ca. $F_0 = 0,0078$ \$, das ist ein Aufschlag von rund 1,5% gegenüber dem Spotpreis von 0,0077 ¥ (Contango).
- Bei der Rückführung der Yen-Verschuldung müssen also entsprechend mehr Dollar für jeden geschuldeten Yen aufgewendet werden.
- Der Kehrwert von 0,0078 \$ ergibt wieder die ursprüngliche Lösung: Ein Yen gleich 0,0078 \$ bedeutet ein Dollar ungefähr gleich $1/0,0078 = 128$ ¥

Rohstoffe: Carry Trade Arbitrage

Rohöl Spot-Preis:	40 \$ je Barrel (159 Liter)
Finanzierungskosten*:	4% p. a.
Lagerkosten*:	0,50 \$ € je Barrel und Monat
3-Monats-Future:	42,50 \$

*** fallen quartalsweise nachschüssig an**

- a) Liegt Contango oder Backwardation vor?**
- b) Wie hoch sind die Cost of Carry?**
- c) Bei welchem Terminkurs F_0 läge „Full Carry“ vor?**
- d) Welche Arbitragemöglichkeiten gibt es?**

zu a)

Contango

zu b)

Zinskosten: 0,40 \$ Zinsen für 3 Monate

Lagerkosten: 1,50 \$ für 3 Monate

=> Cost of Carry (Summe): 1,90 \$ für 3 Monate

zu c)

**„Full Carry“ entspricht einem Futurepreis $F_0 = 41,90$ \$,
(Spotpreis plus Cost of Carry), in diesem Fall gäbe es keine
Arbitragemöglichkeiten.**

zu d)

**Der tatsächliche Futurepreis $F_0 = 42,50$ \$ liegt über dieser
Full Carry Schwelle. Das bedeutet, es liegt sogar Super
Contango vor. Daher lohnt sich Carry Trade Arbitrage:**

Carry Trade

Heute

- Kreditaufnahme 40 \$
- Kauf von ein Barrel für 40 \$
- Abschluss eines Terminkontraktes über den Verkauf von ein Barrel Öl in 3 Monaten zum Festpreis $F_0 = 42,50$ \$

In 3 Monaten

- Terminkontrakt wird fällig, Öl wird für 42,50 \$ verkauft
- Kreditrückzahlung: 40,40 \$ (inkl. 0,40 \$ Zinsen für 3 Monate)
- Lagerkosten werden bezahlt: 1,50 \$ für 3 Monate
- verbleibt Gewinn: 0,60 \$ je Barrel (Carry Trade Arbitrage)

Reverse Carry Trades

Rohöl Spot-Preis:	40 \$ je Barrel (159 Liter)
Finanzierungskosten*:	4% p. a.
Lagerkosten*:	0,50 \$ € je Barrel und Monat
3-Monats-Future:	39 \$

*** fallen quartalsweise nachschüssig an**

- a) Was ist ein Reverse Carry Trade?**
- b) Wie hoch wäre der Gewinn aus einem Reverse Carry Trade?**
- c) Abwandlung: Was gilt bei $F_0 = 41$ \$**

Zu a) Reverse Carry Trade bezeichnet den Verkauf von physischen Lagerbeständen zum aktuellen Spotpreis bei gleichzeitigem Abschluss eines Futures-Kontraktes zum späteren Rückkauf auf Termin.

Zu b) Reverse Carry Trades lohnen sich, wenn der Markt nicht in Full Carry ist. Full Carry entspricht hier einem Futurepreis $F_0 = 41,90$ \$ (Spotpreis plus Cost of Carry, siehe vorherige Aufgabe).

Bei einem Futurepreis von 39 \$ ergibt sich eine ausbeutbare Differenz von 2,90 \$.

Reverse Carry Trade

Heute

- Verkauf ein Barrel Öl für 40 \$ (falls Lagerbestände vorhanden)
- Anlage des Verkaufserlöses von 40 \$ zu 4% p.a.
- Abschluss eines Terminkontrakts über den Rückkauf von ein Barrel Öl in 3 Monaten zum Festpreis $F_0 = 39$ \$

In 3 Monaten

- Guthaben: 40,40 \$ (inkl. 0,40 \$ Zinsen für 3 Monate)
- Terminkontrakt wird fällig, Öl wird für 39 \$ zurückgekauft
- 1,40 \$ Überschuss, dazu kommen 1,50 \$ eingesparte Lagerkosten; gesamter Gewinn: 2,90 \$

zu c)

Der Future-Preis $F_0 = 41$ \$ liegt über dem Spotpreis $S_0 = 40$ \$ (Contango), aber unter der Full-Carry-Schwelle von 41,90 Dollar. Reverse Carry Trades (Verkauf der Bestände mit Rückkaufvereinbarung auf Termin) lohnen sich; die Verzinsung des Verkaufserlöses und die eingesparten Lagerkosten gleichen den höheren Rückkaufpreis wieder aus.

Es ergibt sich ein Gewinn von 0,90 \$.

Reverse Carry Trade

Heute

- Verkauf ein Barrel Öl für 40 \$ (falls Lagerbestände vorhanden)
- Anlage des Verkaufserlöses von 40 \$ zu 4% p.a.
- Abschluss eines Terminkontrakts über den Rückkauf von ein Barrel Öl in 3 Monaten zum Festpreis $F_0 = 41$ \$

In 3 Monaten

- Guthaben: 40,40 \$ (inkl. 0,40 \$ Zinsen für 3 Monate)
- Terminkontrakt wird fällig, Öl wird für 41 \$ zurückgekauft
- 0,60 \$ Verlust, aber 1,50 \$ eingesparte Lagerkosten
- Gewinn: 0,90 \$

Spotpreis $S_0 = 40$ \$

Cost of Carry $CoC = 1,90$ \$

<i>Future-Preis</i>		<i>Strategie</i>	<i>Gewinn</i>
$F_0 = 42,50$	„Super“-Contango	Carry Trade	$0,60$
$F_0 = 41,90$	Full Carry	-	$0,00$
$F_0 = 41$	Contango	Reverse Carry Trade	$0,90$
$F_0 = 39$	Backwardation	Reverse Carry Trade	$2,90$

Zusatzfrage: Warum wird vielleicht kein Reverse Carry Trade durchgeführt?

- **Reverse Carry Trade = Tausch von physischen Besitz gegen Terminkontrakt**
- **Terminkurs spiegelt nicht die aktuellen Knappheitsverhältnisse, sondern Erwartungen über die Knappheit des Rohstoffes bei Fälligkeit in der Zukunft.**
- **Sollte der Rohstoff früher benötigt werden und ist der Spotpreis gestiegen, so wird dies evtl. nicht durch einen höheren Future-Kurs wieder ausgeglichen.**
- **Physischer Besitz ist also vorteilhafter → Convenience Yield**

Investition in Rohstoffe über Futures

Datum	Spotpreis S_0	Future-Preis F_0 (3 Monate Laufzeit)
September	61,50 \$	62,90 \$ (Dez.)
Dezember	61,70 \$	62,60 \$ (Mrz.)
März	63,00 \$	...

a) Es wird im September ein 3-Monats-Future gekauft wird, der im Dezember in einen weiteren 3-Monats-Future getauscht wird. Wie hoch ist der Gewinn oder Verlust? (ein Future bezieht sich auf 1.000 Barrel)

b) Wäre es lohnender, statt Futures physisches Öl zu kaufen?

zu a):

September

- Kauf eines 3-Monats-Kontrakts (Fälligkeit Dezember) mit $F_0 = 62,90 \$$

Dezember

- Dezember-Kontrakt wird fällig: Kauf von 1.000 Barrel Öl zu $F_0 = 62,90 \$$. Aktueller Markt- bzw. Spotpreis: $S_T = 61,70 \$$
 $\Rightarrow$ Verlust: $1.000 (61,70 - 62,90) = -1.200 \$$
- Kauf eines 3-Monats-Kontrakts (Fälligkeit März) mit $F_0 = 62,60 \$$

März

**- März-Kontrakt wird fällig: Kauf von 1.000 Barrel Öl zu $F_0 = 62,60$ \$. Aktueller Markt- bzw. Spotpreis: $S_T = 63,00$ \$
=> Gewinn: $1.000 (63,00 - 62,60) = 400$ \$**

Ergebnis

Bei der Investition in rollierende Futures entsteht ein Verlust von insgesamt $-1.200 + 400 = 800$ \$, obwohl der Spotpreis von $61,50$ \$ auf $63,00$ \$ gestiegen ist.

Dies erklärt sich daraus, dass die Terminmärkte jeweils in Contango notieren, d.h. der Future-Preis F_0 notiert mit einem Aufschlag gegenüber dem Spotpreis S_0 .

zu b)

- bei Kauf von physischen Öl würden dagegen zusätzlich Zins- und Lagerkosten anfallen

Rohstoff-Fonds

- **Exchange-traded Commodities (ETC) investieren nicht physisch in Rohstoffe (Öl, Weizen, Lebendrind ...), sondern bilden Performance regelmäßig über rollierende Futures ab.**
- **wie gezeigt kann die Preisentwicklung futurebasierter Fonds von der Entwicklung des Spotpreises abweichen (Beispiel: Underperformance des US Oil Fund (USO)).**
- **nur für bestimmte Assets gibt es ETCs, die direkt physisch in Gold, Silber, Kupfer bzw. Nickel investieren.**

„Rollen“ von Future-Kontrakten

Stack and Roll

- t = 0 - Kauf eines in t = 1 fälligen Kontrakts**

- t = 1 - Schließen des in t = 0 gekauften Kontrakts**
- Kauf eines in t = 2 fälligen Kontrakts

- t = 2 - Schließen des in t = 1 gekauften Kontrakts**
- Kauf eines in t = 3 fälligen Kontrakts

- t = 3 usw.**

Gewinn/Verlust beim Kauf eines Futures

- S_T ist der Spotpreis bei Fälligkeit $t = T$
- Gewinn ist die Differenz zwischen S_T und Terminkurs F_0

$$S_T - F_0 = \underbrace{S_T - S_0}_{\Delta \text{ Spotpreis}} + \underbrace{S_0 - F_0}_{\text{„Basis“}}$$

- Contango ($F_0 > S_0$): Basis < 0 $\Rightarrow$ Rollverluste
- Backwardation ($F_0 < S_0$): Basis > 0 $\Rightarrow$ Rollgewinne

Delta-Hedging

- **Die Handelsbank AG hat 100 Kaufoptionen an Herrn Meier zum Preis von 12 € je Option verkauft.**
- **Der Basispreis ist 90 € und der aktuelle Aktienkurs ist 100 €.**
- **Die Aktivseite der Handelsbank-Bilanz wächst also entsprechend der Einnahmen um $100 \cdot 12 = 1.200$ €.**
- **Dem entspricht auf der Passivseite ein negativer Marktwert von ebenfalls 1.200 € für die Stillhalterverpflichtung.**
- **Für diese Transaktion berechnete Gebühren und Provisionen bleiben unberücksichtigt.**

- a) Welches Risiko ergibt sich für die Bank?**
- b) Wie kann dieses Risiko gehedgt werden?**
- c) Das anfängliche Delta der Option sei $\Delta = 0,4$. Wie viele Aktien muss die Bank erwerben?**
- d) Wie wird Delta berechnet?**
- e) Der Aktienkurs steigt auf 115 €. Was bedeutet das für das Hedge-Portfolio?**

Zu a)

Der negative Marktwert auf der Passivseite entspricht dem aktuellen Marktwert der Kaufoptionen. Wenn der Aktienkurs steigt, dann steigt auch der Wert der Kaufoptionen, und die Bilanz gerät ins Minus.

Zu b)

Durch Kauf einer geeigneten Anzahl der Aktie die als Basiswert fungiert.

Zu c)

Bei einem Delta von 0,4 sind $0,4 \cdot 100 = 40$ Aktien zu erwerben

Annahme: Delta $\Delta = 0,4$

<i>Aktienkurs</i>	99 €	100 €	101 €
<i>Optionspreis</i>	11,61 €	12,00 €	12,41 €

Portfolio A: 40 Aktien

Portfolio B: 100 Optionen

=> Mit beiden Portfolios erzielt man *ungefähr* den gleichen Gewinn / Verlust, wenn der Aktienkurs um ± 1 € schwankt

zu d)

Delta ist die erste Ableitung des Optionspreises nach dem Aktienkurs und ist eine Näherung dafür, wie sich der Optionspreis in absoluten Eurobeträgen ändert, wenn der Aktienkurs um einen Euro steigt oder fällt.

Zu e)

Das Delta Δ steigt mit dem Aktienkurs (die 2. Ableitung („Gamma“) ist positiv). Es müssten dann weitere Aktien zur Absicherung zugekauft werden. (dynamisches Hedging).

Samuelson-Hypothese

„The volatility of forward prices tends, everything else being equal, to decrease with their maturity. This property is called the “Samuelson effect” (see Samuelson, 1965) and is explained by the fact that the arrival of news (e.g., on inventories or reserves) will have an immediate impact on short-term forward prices, while long-term contract prices tend to remain unchanged since production adjustment is likely to take place before the contracts come to delivery at maturity.“

Quelle: Geman, Hélyette (2005): Commodities and Commodity Derivatives. Modeling and Pricing for Agriculturals, Metals and Energy, Seite 28.

Öl-Terminkontrakte an der CME Februar/März 2026

Kontrakt	<u>27.02.2026</u>	<u>03.03.2026</u>
<u>APR2026</u>	66 \$	76 \$
<u>JUN2026</u>	66 \$	72 \$
<u>SEP2026</u>	64 \$	69 \$
<u>DEC2026</u>	63 \$	66 \$

Markets

Bitcoin Futures 'Backwardation' Could Signal Bearish Mood

🕒 Oct 19, 2022 at 5:15 p.m. Updated Oct 21, 2022 at 2:06 p.m.

Backwardation is an unusual condition in futures markets when contracts for maturity or delivery many months in the future are trading at lower prices than the near-term, or "front-month," contract. It sometimes can signal that traders see prices falling in the medium or long term.

Diskutieren Sie die Aussage vor dem Hintergrund der Samuelson-Hypothese!

- **laut Samuelson-Hypothese entsteht Backwardation bei steigenden Preisen. Wenn der Spotpreis S_0 stärker steigt als der nicht so volatile Terminkurs F_0 , wird sich im Ergebnis häufig $S_0 > F_0$ einstellen.**
- **in dem Text wird der Focus auf die unbekannte zukünftige Marktentwicklung gelenkt. Der Terminkurs wird als Schätzung für den zukünftigen Bitcoin-kurs interpretiert.**

Frage: Wie könnte ein Investor, der langfristig in Bitcoins investiert, von Backwardation profitieren?

Der Investor könnte Bitcoins zum Spotpreis verkaufen und gleichzeitig zu einem günstigeren Kurs über ein Future auf Termin zurückerwerben (Reverse Carry Trade)

Frage: Was gilt für einen Investor, der selber keine Bitcoins hält?

Der Investor könnte versuchen, sich Bitcoins bis zur Fälligkeit des Kontraktes zu leihen.

Die geliehenen Bitcoins werden verkauft und gleichzeitig zu einem (wegen Backwardation) günstigeren Preis auf Termin zurückgekauft. Bei Fälligkeit werden die Bitcoins an den Leihgeber zurück gegeben.

Da Bitcoins als Investitionsgut anzusehen sind, sollte eigentlich kein Backwardation auftreten

Bitcoin-Terminkontrakte an der CME

Vortages-Settlementpreise am 05.03.2026

MAR2026 73.445

JUN2026 74.345

DEC2026 76.380

JUN2027 78.400

DEC2027 80.400

Währungsoptionen und vorzeitige Ausübung bei Nullzinsen

Aufgabe

Eine Option verbrieft das Recht, jederzeit innerhalb der nächsten 3 Monate 100 US-Dollar in 85 Euro einzutauschen.

- a) Handelt es sich um eine Kaufoption oder eine Verkaufsoption?**
- b) Kann die vorzeitige Ausübung dieser Option bei Nullzinsen im Euroraum vorteilhaft sein? (Der Euro-Zins liegt bei $r_{\text{€}} = 0\%$ und die Dollarzinsen liegen z.B. bei $r_{\text{\$}} = 2\%$)**

zu a)

Dies hängt davon ab welche Perspektive eingenommen wird:

EU-Perspektive: Option berechtigt zum Verkauf von 100 \$
zum Basispreis von 85 € → Verkaufsoption

US-Perspektive: Option berechtigt zum Kauf von 85 € zum
Basispreis von 100 \$ → Kaufoption

Zu b)

Satz: Eine amerikanische Kaufoption auf dividendenlose Aktie sollte nicht vor Fälligkeit ausgeübt werden

- **gilt analog für jedes ertraglose Asset**
- **gilt für Kaufoption → US-Perspektive einnehmen**
- **Aus US-Perspektive berechtigt die Option zum Kauf von Euros. Euros generieren in diesem Beispiel keine Erträge.**
- **Damit ist die Voraussetzung erfüllt und die Option sollte nicht vor Fälligkeit ausgeübt werden**

Abwandlung: Was gilt bei negativen Zinsen im Euroraum und positiven Dollarzinsen (Fall $r_{\$} \geq 0$ und $r_{\text{€}} < 0$)?

Antwort:

Bei negativer Rendite der Euro-Währung wäre ein früherer Bezug von Euros durch vorzeitige Ausübung der Option erst recht nie lohnend.

**Amerikanische Optionen:
Optimale Ausübungsstrategie bei Dividenden (Binomialbaum)**

- Aktienkurs $S_0 = 103,50 \text{ €}$
- Aktienkurs wird in den nächsten beiden Sechs-Monats--Abschnitte entweder um 10% steigen oder um 10% fallen (also $u = 1,1$ und $d = 0,9$)
- Zins: 7,84 % bei stetiger Verzinsung
- Dividende: 3,64 € in 6 Monaten
- Wie hoch ist der Wert eines einjährigen amerikanischen Calls mit einem Basispreis von 88 €?

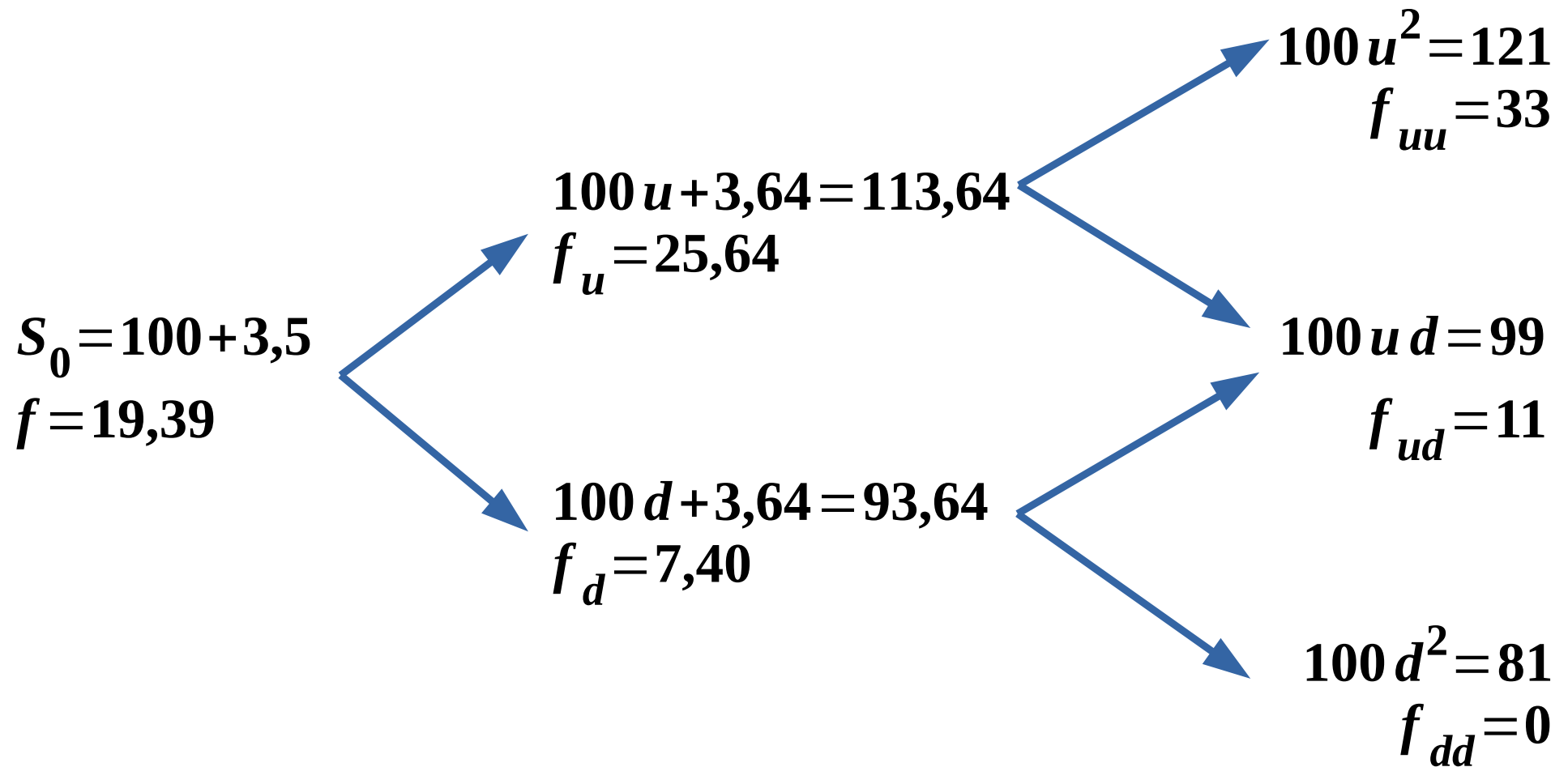
- Barwert Dividende: $3,64 e^{-0,0784 \cdot 0,5} = 3,5$

- fiktive Wahrscheinlichkeit:

$$p = \frac{e^{r \cdot \Delta t} - d}{u - d} = \frac{e^{0,0784 \cdot 0,5} - 0,9}{1,1 - 0,9} = \frac{1,04 - 0,9}{1,1 - 0,9} = 0,7$$

- Risikoneutrale Bewertung:

$$f = \frac{p f_u + (1 - p) f_d}{e^{r \Delta t}} = \frac{0,7 f_u + 0,3 f_d}{1,04}$$



Optimale Ausübungsstrategie:

- im oberen mittleren Knoten errechnet sich:

$$f_u = \frac{0,7 \cdot 33 + 0,3 \cdot 11}{1,04} = 25,38$$

- bei Ausübung erhält man dagegen: $113,64 - 88 = 25,64$

=> Ausübung lohnt sich

- im unteren mittleren Knoten errechnet sich:

$$f_d = \frac{0,7 \cdot 11 + 0,3 \cdot 0}{1,04} = 7,40$$

- bei Ausübung erhält man dagegen: $93,64 - 88 = 5,64$

=> Ausübung nicht lohnend

Antwort:

Der Wert des Calls beträgt:

$$f = \frac{0,7 \cdot 25,64 + 0,3 \cdot 7,40}{1,04} = 19,39$$

Bewertung eines Zinsswaps

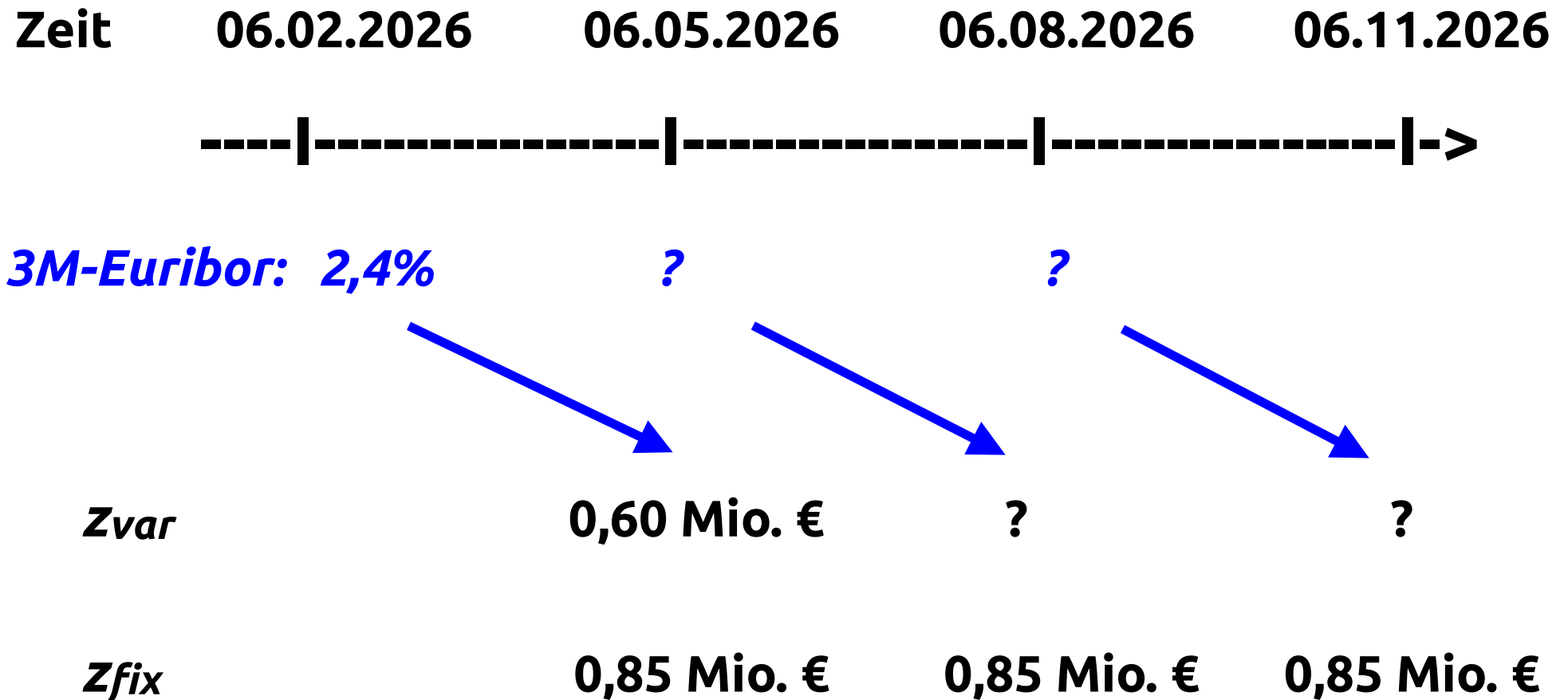
Fiktives Grundkapital:	100 Mio. €
Zinsperiode:	3 Monate
Variabler Zins:	3-Monats-Euribor
Festzins:	3,4 % p. a.
Restlaufzeit:	5 Monate
Letzte Zinsanpassung:	vor 1 Monat
Euribor bei letzter Zinsanpassung:	2,4%
Bewertungstichtag:	06.03.2026

Zeittafel

06.02.2026:	Letztes Fixing (2,4%)
06.03.2026:	Bewertungsstichtag
06.05.2026:	Fixing and Payment Date
06.08.2026:	Fixing and Payment Date
06.11.2026:	Fixing and Payment Date

Cash Flow eines Zinsswaps

(100 Mio. € nominal, Referenzzinssatz: 3-Monats-Euribor, fixer Zins: 3,4%)



Bewertung der festverzinslichen Anleihe

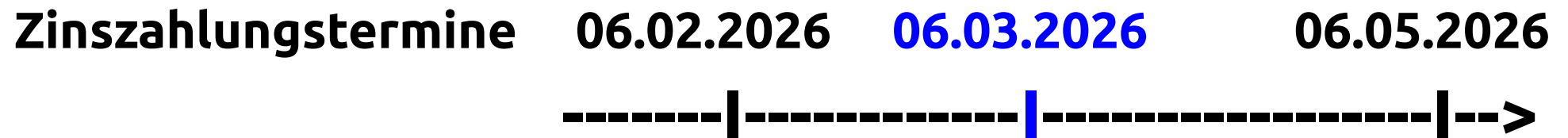
- fixe Zahlung $3,4/4 = 0,85 \text{ Mio. €}$ alle 3 Monate
- für die Diskontierung werden folgende Spotrates benötigt:

$$r_{2M} = 2,8 \% , \quad r_{5M} = 2,9 \% , \quad r_{8M} = 3,2 \%$$

$$PV_{fix} = \frac{0,85}{1,028^{\frac{2}{12}}} + \frac{0,85}{1,029^{\frac{5}{12}}} + \frac{100+0,85}{1,032^{\frac{8}{12}}} = 100,4404$$

Bewertung der variabel verzinsten Anleihe

Bewertungstichtag t^*



vor Zinszahlung („cum“)

nach Zinszahlung („ex“)

100

100,60

100

Bewertung der variabel verzinsten Anleihe

z^* = 0,6 Mio. € = am letzten Zinsanpassungstermin festgelegter variabler Zins, der am nächsten Zinszahlungstermin gezahlt wird.

$t = 2/12$ = Zeit (in Jahren) zwischen Bewertungsstichtag t^* (= 06.03.2026) und nächsten Zinszahlungstermin (= 06.05.2026)

$r_t = r_{2M} = 2,8\%$ = Zins für diesen Zeitraum

$$PV_{var} = \frac{100 + z^*}{(1 + r_t)^t} = \frac{100 + 0,6}{1,028^{\frac{2}{12}}} = 100,1380$$

Ergebnis

- Marktwert des Payer Swap (Festzinszahler)

$$= PV_{var} - PV_{fix} = 100,1380 \text{ Mio.€} - 100,4404 \text{ Mio.€}$$

$$= - 302.400 \text{ €}$$

- Marktwert des Receiver Swap (Festzinsempfänger)

$$= PV_{fix} - PV_{var}$$

$$= 302.400 \text{ €}$$

Basisbegriffe (Wiederholung)

Basisbegriffe Forwards/Futures

Arbitragefreiheit: Es können keine risikolosen Extragewinne erzielt werden. Genauer: Es existiert keine Strategie, bei der es nur Geldauszahlungen gibt, aber keine Einzahlungen notwendig sind (kein free lunch).

Basis: Spot Preis s_0 minus Futures-Kurs F_0

Contango: Basis < 0

Backwardation: Basis > 0

Carry Trade: Physischer Kauf eines Wirtschaftsgutes zum aktuellen Marktpreis s_0 bei gleichzeitigem Verkauf auf Termin. Zwischenzeitlich muss das Gut gelagert werden.

Cost of Carry: Zinskosten plus Lagerkosten

Super Contango:

Futures-Kurs $F_0 > \text{Spot Preis } s_0 + \text{Cost of Carry}$

Bei Super Contango ergibt sich ein positiver Gewinn für Carry Trades (Free Lunch).

Widerspricht der Theorie arbitragefreier Märkte.

Full Carry:

Futures-Kurs $F_0 = \text{Spot Preis } s_0 + \text{Cost of Carry}$

In diesem Fall ist der Gewinn eines Carry Trades gleich Null. Hieraus ergibt sich eine Obergrenze für den Futures-Kurs bei Arbitragefreiheit.

Reverse Carry Trade: Verkauf von physischen Lagerbeständen bei gleichzeitigem Rückkauf auf Termin. Lohnt sich, wenn der Markt nicht in Full Carry ist, also insbesondere bei Backwardation. Setzt voraus, dass entsprechende Lagerbestände vorhanden sind.

Convenience Yield: Vorteil des unmittelbaren physischen Besitzes gegenüber dem Halten eines Futures. Spricht gegen die Vorteilhaftigkeit von Reverse Carry Trades und erklärt, warum Lagerhaltung auch bei Backwardation beobachtet werden kann.

Investitionsgüter: Güter die zu Investitionszwecken gehalten werden (Aktien, Anleihen, Fremdwährungen, Gold). Hier sind immer ausreichende Bestände vorhanden. Reverse Carry Trades sind deshalb immer möglich und der Markt wird in Full Carry sein. Die Convenience Yield ist Null.

Konsumgüter: Güter, die im Produktionsprozess verbraucht werden (Öl, Weizen etc.). Es können Knappheiten auftreten und Reverse Carry Trades sind nicht immer möglich. Die Convenience Yield kann positiv sein, so dass der Markt nicht in Full Carry ist und eventuell sogar in Backwardation.

Samuelson Hypothese: Besagt, dass der Spotpreis und kurzfristige Futures volatiler sind als langfristige Kontrakte

Basisbegriffe Optionen

Long Call (Kauf einer Kaufoption): Das Recht -
aber nicht die Verpflichtung - ein
Wirtschaftsgut zum fixierten Basispreis (strike)
K jederzeit bis zum Fälligkeitstag
(amerikanische Option) oder genau am
Fälligkeitstag (europäische Option) zu kaufen.

Short Call (Verkauf einer Kaufoption, Stillhalter): Die Verpflichtung, auf Verlangen des Optionsinhabers ein bestimmtes Wirtschaftsgut zum fixierten Basispreis K zu liefern.

Long Put (Kauf einer Verkaufsoption): Das Recht - aber nicht die Verpflichtung - ein Wirtschaftsgut zum fixierten Basispreis K bis jederzeit zum Fälligkeitstag (amerikanische Option) oder genau am Fälligkeitstag (europäische Option) zu verkaufen.

Short Put (Verkauf einer Verkaufsoption, Stillhalter): Die Verpflichtung, auf Verlangen des Optionsinhabers ein bestimmtes Wirtschaftsgut zum fixierten Basispreis K abzunehmen.

Optionspreis: Prämie, die der Optionskäufer an den Stillhalter zahlt bzw. der Preis, zu dem das Optionsrecht gehandelt wird.

Innerer Wert: Wert der Option bei sofortiger Ausübung. Bei Kaufoption gleich $\text{Max}(s_0 - K; 0)$ und bei einer Verkaufsoption gleich $\text{Max}(K - s_0; 0)$

Zeitwert: Optionspreis minus innerer Wert.

In the money (ITM): Wenn der innere Wert der Option größer als Null ist. Bei einer Kaufoption ist das bei $s_0 > K$ der Fall und bei einer Verkaufsoption bei $s_0 < K$.

Out of the money (OTM): Wenn der innere Wert der Option gleich Null ist. Bei einer Kaufoption ist das bei $s_0 < K$ der Fall und bei einer Verkaufsoption bei $s_0 > K$.

At the money (ATM): Börsenkurs ist ungefähr gleich Basispreis.

Amerikanische Option: Kann jederzeit während der Laufzeit ausgeübt werden.

Europäische Option: Kann nur am Fälligkeitstag ausgeübt werden.

Vorzeitige Ausübung: Eine amerikanische Kaufoption auf dividendenlose Aktie sollte nicht vor Fälligkeit ausgeübt werden

Delta-Hedging: Es wird eine bestimmte Stückzahl des Basiswertes gehalten, so dass Gewinne und Verluste denen der Option entsprechen. Ist nur bei geringfügigen Veränderungen des Basiswertes eine gute Approximation (**Gamma-Effekt**).

Black-Scholes-Merton Formel: Liefert eine exakte Lösung für einen europäischen Call. Falls eine vorzeitige Ausübung vorteilhaft sein könnte (amerikanischer Put, amerikanischer Call auf eine Dividenden zahlende Aktie) kann der Optionswert mit **Binomialbäumen** approximiert werden.