

## Agency-Theorie mit mehreren Aktionen

*Anmerkungen zu dem Beitrag von Alfred Wagenhofer: »Anreizsysteme in Agency-Modellen mit mehreren Aktionen«*

DBW 56. Jg. (1996), S. 155-165

*Beurteilungsgrößen; Managementbeurteilung; Motivation; Ökonomische Agency Theorie; Performance-Messung*

### 1. Einführung

Die Principal-Agent-Theorie entwickelt sich immer mehr zu einem zentralen Paradigma für fast alle Teilbereiche einer wissenschaftlich fundierten Betriebswirtschaftslehre. Die Anwendungspraxis stört sich dagegen häufig an den mitunter recht heroischen Modellannahmen. So wird regelmäßig unterstellt, daß der Agent nur eine einzige Aktion steuern kann. In vielen Fällen wird der Agent aber sowohl Quantität als auch Qualität des Outputs beeinflussen oder sowohl den kurzfristigen als auch den langfristigen Erfolg steuern können. Auch als Hochschullehrer kann man seine Arbeitskraft mit unterschiedlicher Intensität auf die Bereiche Forschung und Lehre verteilen. In den verschiedenen Arbeitsbereichen wird der Erfolg darüber hinaus häufig mit unterschiedlicher

Genauigkeit meßbar sein. Entsprechend optimale Anreizsysteme zu entwickeln, ist das Anliegen einiger neuerer Ansätze der Agency-Theorie.[1] Dabei wird unterstellt, daß der Agent mehrere Aktionsparameter steuern kann.

Es ist daher zu begrüßen, daß mit der Arbeit von Wagenhofer auch ein deutschsprachiger Beitrag zu diesem wichtigen neueren Teilgebiet der Agency-Theorie vorliegt. Nach einer Rekapitulation des bekannten LEN-Modelles von Spremann (1987) wird dort zunächst eine etwas vereinfachte Zusammenfassung des Aufsatzes von Feltham/Xie (1994) gegeben. Einen eigenständigen Beitrag leistet Wagenhofer aufgrund einer anschließenden Modifikation der Kostenfunktion, wobei die additive Separierbarkeit der Kostenfunktion als Unterscheidungskriterium dient.

Einige Anmerkungen zu diesem Aufsatz mögen für den an dieser Thematik interessierten DBW-Leser von Nutzen sein. Dazu wird im folgenden gezeigt, wie sich das LEN-Modell mit Hilfe der Matrizenrechnung auf den mehrdimensionalen Fall und für beliebig viele Beurteilungsgrößen erweitern läßt. Zweitens wird aufgrund dieser Verallgemeinerung unmittelbar deutlich, daß nicht die additive Separierbarkeit, sondern die Invertierbarkeit der in der Kostenfunktion verwendeten Matrix die kritische, bei Wagenhofer nicht erfüllte Voraussetzung ist. Drittens soll herausgestellt werden, daß das bei Wagenhofer verwendete Beispiel im wesentlichen zum eindimensionalen Fall degeneriert, wenn nur eine Beurteilungsgröße betrachtet wird. Viertens soll deshalb im Rahmen dieses Sonderfalles auf den bei Wagenhofer weitgehend vernachlässigten Fall mehrerer Beurteilungsgrößen eingegangen werden.

\* Dr. Hans Rau-Bredow, Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre, Bank- und Kreditwirtschaft (Prof. Dr. Ekehard Wenger), Universität Würzburg, Sanderring 2, 97070 Würzburg.

## 2. Das mehrdimensionale LEN-Modell

### 2.1 Optimale Entlohnungssysteme

Es wird davon ausgegangen, daß der Agent mehrere Aktionsparameter steuern kann, die in einem Vektor  $a = (a_1, \dots, a_n)^t$  ( $t$  für transponiert) zusammengefaßt sind. Die jeweils entstehenden privaten Kosten sind mit Hilfe der Elemente  $c_{ij}$  einer symmetrischen Matrix  $C$  in verallgemeinerter Form wie folgt durch eine quadratische Funktion gegeben:

$$K(a) = 0,5 \sum_i \sum_j c_{ij} a_i a_j = 0,5 a^t C a \quad (1)$$

Der Prinzipal kann nicht den Arbeitseinsatz direkt, sondern nur die  $m$  Beurteilungsgrößen  $\eta = (\eta_1, \dots, \eta_m)^t$  beobachten, wobei mit einer  $n \times m$  Matrix  $Y$  folgender Zusammenhang besteht:

$$\eta = Y^t a + \varepsilon \quad (2)$$

Dabei ist  $\varepsilon$  ein Vektor aus  $m$  normalverteilten Zufallsvariablen mit Erwartungswert 0, die Matrix aus den Kovarianzen der einzelnen Komponenten ist  $\sigma$ .

Gesucht wird ein optimales lineares Entlohnungssystem  $s_1 \eta_1 + \dots + s_m \eta_m = s^t \eta$ . Der Agent maximiert dann  $s^t \eta - K(a)$ ; unter Berücksichtigung von (1) und (2) ergibt sich durch Nullsetzen der partiellen Ableitungen nach  $a_i$  der jeweils induzierte Arbeitseinsatz als  $a = C^{-1} Y s$ .

Da durch die Zahlung eines Fixums Nutzen beliebig zwischen Prinzipal und Agent transferiert werden kann und der Agent deshalb immer den Reservationsnutzen gemäß der Teilnahmebedingungen erhalten kann, läßt sich wie bei Wagenhofer das Problem vereinfacht durch die Maximierung des gemeinsamen Überschusses  $\hat{U}$  lösen. Bei einem risikoneutralen Prinzipal ist dazu von einem durch  $d^t a = d_1 a_1 + \dots + d_n a_n$  definierten Erwartungswert des Ergebnisses die Kostenfunktion und die Risikoprämie des Agenten abzuziehen, wobei wie üblich ein hier mit  $r$  bezeichneter konstanter Risikoaversionsindex des Agenten unterstellt wird:

$$\hat{U} = d^t a - 0,5 a^t C a - 0,5 r s^t \sigma s \quad (3)$$

Substituiert man  $a = C^{-1} Y s$  und bestimmt anschließend den optimalen Entlohnungsvektor

durch Nullsetzen der partiellen Ableitungen, dann ergibt eine hier aus Raumgründen ausgesparte, aber elementare Herleitung:

$$s = (Y^t C^{-1} Y + r \sigma)^{-1} Y^t C^{-1} d \quad (4)$$

Damit ist das optimale Entlohnungssystem in allgemeiner Form bestimmt. Das spezielle Ergebnis bei Wagenhofer S. 159 bzw. Feltham/Xie S. 434 erhält man, wenn für  $C$  die Einheitsmatrix verwendet wird und weil bei nur einer Beurteilungsgröße  $Y = (y_1, y_2)^t$  gilt.

### 2.2 Agency Costs im mehrdimensionalen Fall

Die Maximierung des gemeinsamen Überschusses entspricht der Minimierung der Agency Costs, wenn die Agency Costs als Differenz gegenüber einem Referenzpunkt verstanden werden, in dem der Arbeitseinsatz des Agenten kostenlos beobachtet werden kann. Ohne Berücksichtigung der Anreizbedingung erhält man dann direkt durch Maximierung von (3) den first-best Aktionsvektor  $a_{FB} = C^{-1} d$ , für  $s$  den Nullvektor und schließlich  $\hat{U}_{FB} = 0,5 d^t C^{-1} d$ . Die Differenz gegenüber den sich bei den oben berechneten second best Werten von  $a$  und  $s$  ergebenden Überschub berechnet sich als offensichtliche Verallgemeinerung des bei Wagenhofer S. 160 angegebenen Ergebnisses zu:

$$\Delta = 0,5 d^t [C^{-1} - C^{-1} Y (Y^t C^{-1} Y + r \sigma)^{-1} Y^t C^{-1}] d \quad (5)$$

Interessant ist hier, daß diese Agency Costs unter Umständen auch bei einem risikoneutralen Agenten ( $r=0$ ) nicht verschwinden, wenn also der herkömmliche Konflikt zwischen Anreizwirkung und Risikoprämie gar nicht besteht. Der Grund liegt darin, daß die Beurteilungsgrößen den Aktionsvektor nur ungenau abbilden. Feltham/Xie sprechen hier von noncongruity, Wagenhofer entsprechend von dem entstehenden Übereinstimmungsverlust. Ein Übereinstimmungsverlust entsteht jedoch nicht, wenn die Matrix  $Y$  invertierbar ist. [2] Aber auch wenn  $Y$  bei nur einer Beurteilungsgröße ein Vektor ist, entsteht kein Übereinstimmungsverlust, wenn sich  $Y$  durch Multiplikation mit einer reellen Zahl aus dem Vektor der Deckungsbeiträge ergibt. [3]

### 3. Der Sonderfall bei Wagenhofer

#### 3.1 Zur Voraussetzung der additiven Separierbarkeit des Kostenfunktion

Im vierten Abschnitt seiner Arbeit wandelt Wagenhofer den Ansatz von Feltham/Xie ab, indem die Kostenfunktion

$$K(a) = 0,5 (a_1 + a_2)^2 \quad (6)$$

betrachtet wird. Es wird behauptet, daß sich nunmehr ganz neuartige Einsichten ergeben würden, weil diese Kostenfunktion nicht additiv separierbar sei. Nun ist aber das oben dargestellte mehrdimensionale LEN-Modell auch dann anwendbar, wenn keine additiv separierbare Kostenfunktion vorliegt, wenn also die in (1) verwendete Matrix C außerhalb der Diagonalen von Null verschiedene Elemente aufweist.

Die von Wagenhofer verwendete Kostenfunktion kann geschrieben werden als:

$$K(a) = 0,5 (a_1; a_2) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (7)$$

Ein Vergleich mit (1) zeigt jetzt, daß hier offensichtlich eine spezielle, nämlich nicht invertierbare Matrix C verwendet wird. Diese nicht gegebene Invertierbarkeit von C, die dazu führt, daß die Anreizbedingung keine eindeutige Lösung hat, ist die implizite Grundlage der Ausführungen von Wagenhofer.

Die Konsequenzen dieses Sonderfalles sind unmittelbar einsichtig, wenn von der Anreizbedingung des Agenten ausgegangen wird. Der Agent maximiert, wenn die Entlohnung s nur von einer einzigen Beurteilungsgröße abhängig gemacht werden kann:

$$s (y_1 a_1 + y_2 a_2) - 0,5 (a_1 + a_2)^2 \quad (8)$$

Bei z. B.  $y_1 > y_2$  ergibt sich  $a_1 = s y_1$  und  $a_2 = 0$ , da Wagenhofer eine implizite Nichtnegativitätsbedingung bezüglich der Aktionsparameter voraussetzt. D. h. der Prinzipal kann in diesem Fall überhaupt nur eine einzige Aktionskomponente steuern, und diese Steuerung erfolgt wie üblich durch eine Abwägung von Anreizwirkung und Risikoprämie. Da bei jedem Entlohnungssystem  $a_2 = 0$  gilt, ist es auch nicht überraschend, daß bei einer Ergebnisfunktion  $D(a) = d a_1 a_2$  ganz auf Anreize verzichtet wird[4], weil ein indu-

ziertes größeres  $a_1$  ohne Auswirkungen bleibt und stattdessen nur eine höhere Risikoprämie fällig wird.

Der Sonderfall degeneriert also insofern zum eindimensionalen Fall. Die Ergebnisse des LEN-Modelles von Spremann lassen sich unmittelbar auf die Berechnung der Variablen s anwenden. Ein Unterschied ergibt sich allenfalls bei der Berechnung der Agency Costs, weil als Referenzpunkt eine praktisch nicht realisierbare first best Welt unterstellt wird, in der auch ein von Null verschiedenes  $a_2$  realisiert werden kann. Die Wahl des Referenzpunktes ist aber für den Vorteilhaftigkeitsvergleich unterschiedlicher Entlohnungssysteme nicht relevant.

#### 3.2 Der Fall mehrerer Beurteilungsgrößen

Für den Fall mehrerer Beurteilungsgrößen beschränkt sich Wagenhofer auf die Feststellung, daß der Agent nur dann beide Aktionskomponenten  $> 0$  wählen wird, wenn beide Handlungsparameter durch das Entlohnungssystem identisch gewichtet werden.[5] Eine ausführlichere Betrachtung soll deshalb an dieser Stelle nachgeholt werden. Dazu sei der Einfachheit halber für Y die Einheitsmatrix unterstellt[6]; der Agent maximiert dann:

$$s_1 a_1 + s_2 a_2 - 0,5 (a_1 + a_2)^2 \quad (9)$$

Für z. B.  $s_1 > s_2$  erhält man  $a_1 = s_1$  und  $a_2 = 0$ . Es ergibt sich also ein wesentlicher Unterschied gegenüber dem Fall nur einer Beurteilungsgröße, weil hier mit Hilfe des Entlohnungssystems gesteuert werden kann, welche Aktionskomponente der Agent gleich Null setzt.[7] Es stellt sich daher die Frage, nach welchen Kriterien der Prinzipal die entsprechende Aktionskomponente auswählen wird.

Dazu sei als weitere Vereinfachung unterstellt, daß die Kovarianz der beiden Beurteilungsgrößen gleich Null ist. Der gemeinsame Überschuß berechnet sich dann wie folgt:

$$U = d_1 a_1 + d_2 a_2 - 0,5 (a_1 + a_2)^2 - 0,5 r (s_1^2 \sigma_1^2 + s_2^2 \sigma_2^2) \quad (10)$$

Wegen  $a_1 = s_1$  und  $a_2 = 0$  wird dieser Ausdruck maximal für  $s_1 = d_1 / (1 + r \sigma_1^2)$  und  $s_2 = 0$ ; man erhält:

$$U^* = 0,5 d_1^2 / (1 + r \sigma_1^2) \quad (11)$$

Bei der Auswahl des kritischen Indexes konkurrieren also zwei Einflußgrößen miteinander: Einmal der jeweilige Deckungsbeitrag  $d_i$  und zum anderen die Varianz  $\sigma_i^2$ , aus der sich die Risikoprämie des Agenten berechnet.[8] Ein trade-off dieser beiden Einflußgrößen ist allgemein aber auch dann vorzunehmen, wenn sich bei nicht verschwindenden Kovarianzen eine kompliziertere Lösung ergibt.

#### 4. Fazit

Wagenhofer beschäftigt sich in seinem Beitrag mit einem neueren Teilgebiet der Agency-Theorie. Dabei wird unterstellt, daß der Agent mehrere Aktionen steuern kann. In dieser Anmerkung wurde gezeigt, daß sich die Ergebnisse als Spezialfälle einer mehrdimensionalen Formulierung des bekannten LEN-Modelles beschreiben lassen. Schwierigkeiten können sich aber z. B. ergeben, wenn die verwendeten Matrizen nicht invertierbar sind. Ein solcher Sonderfall liegt auch einem Teil der Arbeit von Wagenhofer zugrunde. Darüber hinaus ist es aber auch denkbar, explizite Nichtnegativitätsbedingungen bezüglich der Aktionskomponenten oder der Entlohnungsparameter einzuführen. Man kann erwarten, daß sich in Zukunft noch eine ganze Reihe von Arbeiten mit dieser interessanten Neuentwicklung der Agency Theorie befassen wird.

#### Anmerkungen

- [1] Vgl. grundlegend Holmstrom/Milgrom (1991).
- [2] Vgl. auch Wagenhofer (1996) S. 161.
- [3] Vgl. Wagenhofer (1996) S. 160, Feltham / Xie (1994) S. 434 ff.
- [4] Vgl. dazu Wagenhofer (1996) S. 163 f.
- [5] Vgl. Wagenhofer (1996) S. 163.
- [6] Auch Wagenhofer (1996) S. 163 scheint von dieser Voraussetzung auszugehen.
- [7] Man allgemein zeigen, daß dies zumindest immer dann möglich ist, wenn Y invertierbar ist.
- [8] Man kann darüber hinaus auch zeigen, daß es gegenüber einer solchen Lösung immer suboptimal ist, wenn der Agent bei  $s_i = s_j$  beide Aktionskomponenten  $> 0$  wählt.

#### Literaturhinweise

Feltham, G.A. / Xie, J. (1994): Performance Measure Congruity and Diversity in Multi-Task Principal /

Agent Relations, in: The Accounting Review, S. 429-453.

- Holmstrom, B. / Milgrom, P. (1991): Multitask Principal-Agent Analyses: Incentive Contracts, Asset Ownership, and Job Design, in: Journal of Law, Economics, and Organization, S. 24-52.
- Spremann, K. (1987): Agent and Principal, in: Bamberg, G. / Spremann, K. (Hrsg.): Agency Theory, Information and Incentives, Berlin et al., S. 3-37.
- Wagenhofer, A. (1996): Anreizsysteme in Agency-Modellen mit mehreren Aktionen, in: Die Betriebswirtschaft, S. 155-165.

Hartmut Kliemt\*

### Verständigungsorientierte Rhetorik?

*Dialogbeitrag zu Dieter Sadowski und Kerstin Pull, »Betriebliche Sozialpolitik politisch gesehen: Erfolgsorientierte vs. verständigungsorientierte Rhetorik in Praxis und Theorie«*

DBW 57. Jg. (1997) S. 149-166

*Rationalwahlmodell; Rhetorik*

#### Mehr als eine Welt?

Wir alle kennen jene »Umschlags-Bilder«, bei denen wir zunächst etwa eine junge Frau mit Hut und dann bei hinreichend langer Betrachtung plötzlich eine alte Hexe sehen. Welche Tatsachen wir an dem physisch gleichen Bildgegenstand wahrnehmen, kann in Abhängigkeit von unseren unterschiedlichen Sichtweisen variieren. Ganz analog wirken unterschiedliche wissenschaftliche Ansätze an der Konstitution unserer wissenschaftlichen Weltwahrnehmung und der von uns in einem solchen Rahmen wahrgenommenen Tatsachen mit. Man sollte sich aber davor hüten, an diese Einsicht überzogene Folgerungen zu knüpfen.

Sobald wir uns von der theoretischen auf die

\* Prof. Dr. Hartmut Kliemt, Lehrstuhl für praktische Philosophie, FB 1, Gerhard Mercator-Universität, 47057 Duisburg.

praktische Ebene begeben, leben wir in einer und nicht in verschiedenen Welten. Noch so verschiedene theoretische Perspektiven, noch so verschiedene theoretische Ansätze ändern nichts daran, daß wir uns den praktischen Folgen unserer Handlungen in einer einzigen Welt zu stellen haben. Wir stoßen uns alle in der einen gleichen Welt das Knie an dem einen gleichen Tisch, mögen wir uns ihm auch aus ganz verschiedener Perspektive genähert haben. Ich denke auch Dieter Sadowski und Kerstin Pull werden diese banalen Tatsachen letztlich nicht bestreiten wollen. Dennoch erwecken ihre Ausführungen latent einen anderweitigen Eindruck. Wenn man die voranstehenden Banalitäten unerwähnt läßt, gerät man in Gefahr, die praktische Bedeutung der Perspektivabhängigkeit der Wahrnehmung zu überschätzen.

### Rhetorik der Rationalwahl

Als ich mich zu Beginn der 70er Jahre nach einer Grundausbildung in philosophischer Wissenschaftstheorie im Doppelstudium der BWL zuwandte, war ich überrascht und auch etwas amüsiert über den Kontrast zwischen den typischerweise »falsifikationistischen« Sonntagsreden, die die modernen, vor allem volkswirtschaftlichen Lehrbücher einleiteten, und dem in allgemeinen überhaupt nicht an empirischer Prüfung und Falsifikation von Hypothesen orientierten nachfolgenden Haupttext. In meiner späteren Arbeit mit formalen, vor allem spieltheoretischen Modellen setzte sich diese Überraschung fort, wenn ich diese häufig höchst abstrakten und komplexen Modellierungen mit realwissenschaftlichen Erklärungs- und Voraussageansprüchen verknüpft sah. Insbesondere auch die experimentelle spieltheoretische Forschung lehrt uns jedoch, daß die dem strikten ökonomischen Rationalwahlmodell zugrundeliegenden Prämissen kaum jemals real zutreffende motivationale Annahmen bilden und insoweit nicht zu wahren, sondern allenfalls zu potentiellen Erklärungen führen können.

Sofern wir soziale Ergebnisse beobachten, die de facto den Voraussagen eines strikten Rationalwahlansatzes entsprechen, bilden diese Beobachtungen interessante Explananda. Es handelt sich um zu erklärende und keineswegs

um erklärende Phänomene. Daß menschliche Individuen sich so verhalten, *als ob* sie entsprechend der Annahmen des strikten Rationalwahlansatzes motiviert wären, impliziert gerade nicht, daß der Rationalwahlansatz die wahre Erklärung für die beobachteten Phänomene bildet. Es besagt nur, daß man im Rahmen des Rationalwahlansatzes eine »Geschichte« erzählen *könnte*, die hinreichend zur Phänomenerklärung wäre. Denkt man etwa an die klassischen selektionistischen Erklärungen gewinnmaximierenden Verhaltens auf Märkten, dann wird durch Angabe eines evolutionären Prozesses erklärt, warum man das dem Rationalwahlmodell entsprechende Verhalten beobachtet. Das Hauptverdienst dieser Erklärung besteht jedoch gerade darin, auf alle Annahmen einer tatsächlichen Motivation im Sinne der Rationalwahltheorie verzichten zu können.

Ganz allgemein werden in der Ökonomik Praktiken und Verhaltensweisen, die typischerweise aufgrund ganz anderer als bewußt strategischer Überlegungen entstanden sind, so beschrieben, als ob sie aus lauter individuell rationalen Wahlakten hervorgegangen seien. Diese wissenschaftlichen Beschreibungen pseudostrategischen Verhaltens als »Rhetorik« zu bezeichnen, ist nicht abwegig.

### Rhetorik in Wissenschaft und Praxis

Von der vorangehenden muß jedoch eine gänzlich andere Verwendungsweise des Rhetorikbegriffes unterschieden werden, die in der Rhetorik selbst ein strategisches Mittel der Einflußnahme sieht. Die Nutzung rhetorischer Techniken als Mittel der Beeinflussung wird seit der Antike als »sophistische« Praktik diskreditiert. Außerhalb des Wissenschaftsbetriebes ist Rhetorik als Technologie der Überzeugung jedoch ein grundsätzlich akzeptables Instrument strategischer Interessenverfolgung. Ob dieses Instrument letztlich zum Guten oder zum Schlechten wirkt, hängt von den verfolgten Zielen ab. Ob man bestimmte Formen der Rhetorik für wünschenswerter als andere hält, ist ebenfalls von den im jeweiligen Kontext verfolgten Zielen und Zwecken abhängig. Überredung, Manipulation und Indoktrination werden wir in einem wissenschaftlichen Kontext sicherlich für illegi-