# Risikomanagement III: Modellierung von Finanzmarkt- und Kreditrisiken

**Diese Version: November 2018**

# Wichtige Grundlagen

- **Kapitaladäquanzverordnung (EU-Verordnung 575/2013 Capital Requirements Regulation CRR)**

  hier (pdf) und hier (online navigierbare Version)

- **Fundamental Review of the Trading Book FRTB**
  **Basel Committee for Banking Supervision BCBS (2016): Minimum capital requirements for market risk** hier (pdf)
  - **Umsetzung in der EU als CRR II in Vorbereitung**
  - **Insbesondere neuer Standardansatz für Marktrisiken**
  - **Ab Januar 2021 von Banken mit großem Handelsbuch (> 300 Mio.) anzuwenden (Stand Herbst 2018)**

**=> *Sehr umfangreicher Stoff, kann hier nur ausschnittsweise behandelt werden (vertiefend auch Vorlesung Prof. Knoll)***

- **Markt(preis)risiken**

- **Kredit(ausfall)risiken**

- **Liquiditätsrisiken (vgl. Risikomanagement I, hier nicht nochmal behandelt)**

- **Operationelle Risiken (hier nicht behandelt)**

# Marktrisiken

- **Aktien**
- **Optionen**
- **Schuldtitel**
- **Währungsrisiken (hier nicht behandelt)**
- **Rohwarenrisiken (hier nicht behandelt)**

# Aktienrisiko (Standardmethode Art. 341ff. CRR)

**Beispiel:**

| | | |
|---|---|---|
| **BMW:** | **+ 100 Mio. Euro** | |
| **Allianz:** | **+ 50 Mio. Euro** | |
| **VW:** | **- 80 Mio. Euro** | **(Leerverkauf)** |

**<u>Brutto</u>gesamtposition Deutscher Markt: 100 + 50 + 80 = 230**

**⇒ Eigenmittelanforderung für das <u>spezifische</u> Risiko:**

**230 * 8% = 18,4 Mio. Euro**

**<u>Netto</u>gesamtposition Deutscher Markt: 100 + 50 - 80 = 70**

**⇒ Eigenmittelanforderung für das <u>allgemeine</u> Risiko:**

**70 * 8% = 5,6 Mio. Euro**

(Beim Marktrisiko sind die Kernkapitalquoten auf das <u>12,5-fache der Eigenmittelanforderungen</u> anzuwenden, Art. 92 CRR)

## Aktienrisiko (neuer Standardansatz nach FRTB)

- **Einteilung nach Länderzugehörigkeit, Branchen und Marktliquidität in verschiedene Buckets**
- **Jedem Bucket sind Risikogewicht und Korrelationen zugeordnet**
- **Zunächst Risikoaggregation für jedes Bucket (Intra-Bucket Aggregation)**
- **Anschließend Aggregation der verschiedenen Buckets (Inter-Bucket Aggregation)**

- **Bucket Automobilaktien**

| | |
|---|---|
| **BMW:** | **+ 100 Mio. Euro** |
| **VW:** | **- 80 Mio. Euro** |

**Vorgegebenes Risikogewicht: 40%**

**Intra-Bucket Korrelation: 25%**

- **Bucket Finanzaktien**

**Allianz: + 50 Mio. Euro**

**Vorgegebenes Risikogewicht: 50%**

**Intra-Bucket Korrelation: 25% (nicht relevant)**

# Intra-Bucket Aggregation Automobilaktien

$$K_b = \sqrt{\sum_k WS_k^2 + \sum_k \sum_{k \neq l} \rho_{kl} WS_k WS_l}$$

**mit Korrelation** $\rho_{kl} = 25\%$ **sowie**

$WS_{BMW}$ **= 100 Mio. € * 40% = 40 Mio. €**

$WS_{VW}$ **= - 80 Mio. € * 40% = - 32 Mio. €**

$$K_b = \sqrt{40^2 + (-32)^2 + 0{,}25*40*(-32) + 0{,}25*(-32)*40} = 44{,}54$$

**Anschließend ist die Rechnung mit um 25% erhöhter bzw. reduzierter Korrelation zu wiederholen**

## Bucket Automobilaktien

| Korrelation $\rho$ | $K_b$ |
|---|---|
| *25,00%* | *44,54 Mio. €* |
| *31,25%* | *42,71 Mio. €* |
| *18,75%* | *46,30 Mio. €* |

## Bucket Finanzaktien

$K_b$ *= + 25 Mio. € (nur eine Aktie)*

# Letzter Schritt: Inter-Bucket Aggregation

$$\sqrt{\sum_b K_b^2 + \sum_b \sum_{c \neq b} \gamma_{bc} S_b S_c}$$

where $S_b = \sum_k WS_k$ for all risk factors in bucket $b$

and $S_c = \sum_k WS_k$ in bucket $c$.

**Interessanterweise kann der Ausdruck unter der Wurzel negativ werden („negative Varianz"), Beispiel siehe hier**

## Exkurs („negative Varianz“)

- Wenn X und Y beide mit Z stark korrelieren, dann kann die Korrelation zwischen X und Y nicht beliebig klein sein
- Z.B. folgt aus $\rho(X,Z) = 0{,}8$ und $\rho(Y,Z) = 0{,}8$ dass $\rho(X,Y) \geq 0{,}28$
- Man ist in der Wahl der Intra-Bucket und Inter-Bucket Korrelationen also nicht beliebig frei (Korrelationsmatrix muss „positiv definit“ sein)
- Dies wurde im neuen Standardansatz zunächst übersehen => „Frickellösung“, falls der Ausdruck unter der Wurzel negativ wird, siehe BCBS 2016 Seite 16 (für unser Beispiel nicht relevant)

# Letzter Schritt: Inter-Bucket Aggregation (Fortsetzung)

$S_{Automobilaktien}$ = 100*40% - 80*40% = 8 Mio. €

$S_{Finanzaktien}$ = 50*50% = 25 Mio. €

sowie $\gamma$ = 15%

=> Anrechnungsbetrag =

$$\sqrt{44{,}54^2 + 25^2 + 0{,}15 \cdot 8 \cdot 25 + 0{,}15 \cdot 25 \cdot 8} = 51{,}66 \text{ Mio. €}$$

**Auch bei der Inter-Bucket Aggregation ist die Rechnung mit um 25% erhöhter bzw. reduzierter Korrelation zu wiederholen**

| $\rho$ | $K_b$ | $\gamma$ | *Anrechnungsbetrag* |
|---|---|---|---|
| | **Bucket Autoaktien** | | |
| *25,00%* | *44,54 Mio. €* | *15,00%* | **51,66 Mio. €** |
| *31,25%* | *42,71 Mio. €* | *18,75%* | **50,24 Mio. €** |
| *18,75%* | *46,30 Mio. €* | *11,25%* | **53,04 Mio. €** |

**Anrechnungsbetrag entspricht dem Maximum (53,04 Mio. €)**

# Fazit

- **Beim neuen Standardverfahren im FRTB erhöht sich die Eigenkapitalanforderung drastisch (von 18,4 +5,6 = 24 Mio. € auf 53,04 Mio. €)**

- **Der Effekt höherer Risikogewichte (40% bzw. 50% versus 8%) wird durch die stärkere Berücksichtigung von Diversifikationseffekten nur teilweise wieder ausgeglichen**

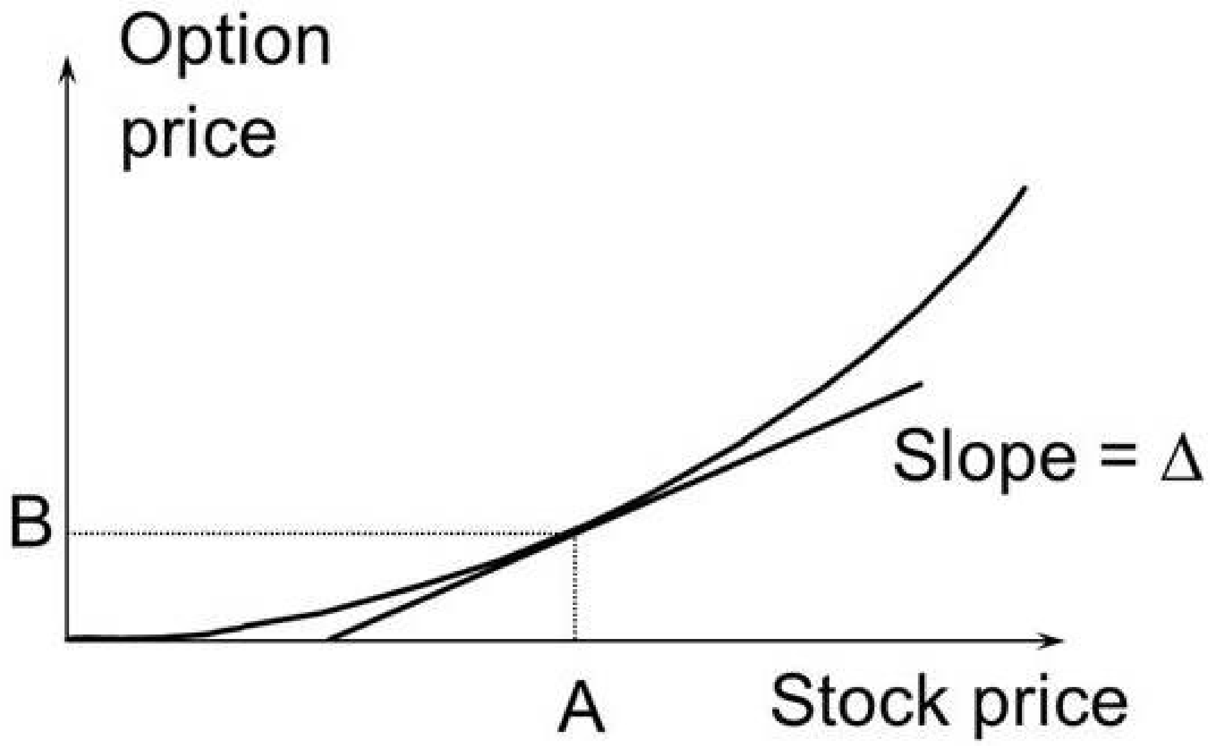
# Optionen

## CRR

- Delta-Plus-Methode
- Szenario-Matrix-Methode

## FRTB (Neues Standardverfahren)

- Delta
- Curvature
- Vega




- **Steigung der Tangente = Delta**
- **Etwa gleiche Gewinne/Verluste der Option wie wenn man den Betrag Delta in das Underlying investieren würde**
- **Bei größeren Kursänderungen muss zusätzlich auch die Krümmung berücksichtigt werden (Curvature, auch Gamma- oder Konvexitäts-Risiko)**

**Die <u>Delta-Plus-Methode</u> (CRR) beruht auf einer Taylor-Entwicklung:**

$$\Delta \text{Optionswert} \approx \text{Delta} * \Delta S + \tfrac{1}{2}\,\text{Gamma} * \Delta S^2 + \text{Vega} * \Delta\sigma$$

- **<u>Delta-Anrechnungsbetrag</u>** = $\text{Delta} * \text{Kurs}_{\text{Aktie}} * 8\%$

- **<u>Gamma-Anrechnungsbetrag</u>** = $-\tfrac{1}{2}\,\text{Gamma} * (\text{Kurs}_{\text{Aktie}} * 8\%)^2$

  ***Gammarisiko wird nur bei negativem Gamma berücksichtigt (warum?)***

- **<u>Vega-Anrechnungsbetrag</u>** = $\text{Vega} * 25\% * \text{Volatilität}$

# Szenario-Matrix-Methode (CRR)

| | Preis-änderung | -8,00 % | -5,34 % | -2,67 % | 0,00 % | +2,67 % | +5,34 % | +8,00 % |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Volatilitäts-änderung | Markt-preis<br>Volatilität | 101,20 | 104,13 | 107,06 | 110,00 | 112,94 | 115,87 | 118,80 |
| -25 % | 15 % | +1.726.100 | -3.189.000 | -3.155.300 | -999.600 | +1.797.400 | +4.796.100 | +7.591.400 |
| 0 % | 20 % | +7.732.200 | +1.198.900 | -854.200 | 0 | +2.084.500 | +4.813.700 | +7.590.300 |
| +25 % | 25 % | +14.126.500 | +6.355.700 | +2.778.100 | +2.041.900 | +3.127.200 | +5.157.500 | +7.804.800 |

Quelle: Schneider, W. 1998: Berücksichtigung der Risiken von Derivaten im Grundsatz I des Kreditwesengesetzes > hier (google books)

**Der Anrechnungsbetrag für diese komplexe Derivateposition ergibt sich aus dem worst-case (in diesem Beispiel - 3.189.000)**

# Optionen im FRTB (Neues Standardverfahren)

- **Beispiel: short oder long Position in einer Call-Option auf eine Aktie mit aktuellen Kurs 110 €. Risikogewicht sei 45%.**
- **Ausübungspreis der Option = 100 €, Volatilität = 15%, Restlaufzeit 1 Jahr, Zins = 0,5%**
- **Der aktuelle Wert der Option ist dann 12,86 € (Optionsrechner hier oder hier)**

Das Beispiel wurde entnommen aus Hetmanczyk-Timm (2017): MARKTPREISRISIKO / FRTB – DER NEUE STANDARDANSATZ – BERECHNUNGSMETHODEN > hier (pdf)

# Delta-Risiko (FRTB)

**Erhöhe den Aktienkurs um 1% und berechne:**

$$\frac{Call\left(110*1{,}01\right) - Call\left(110\right)}{0{,}01} = \frac{13{,}72-12{,}86}{0{,}01}$$

$$= 86\ €$$

***Interpretation ?***

- **Bei einer long Position ist ein Betrag von 86 * 45% = 38,7 € in das entsprechende Bucket der Aktie einzustellen. Bei einer short Position ist - 38,7 € einzustellen**

# Curvature (FRTB)

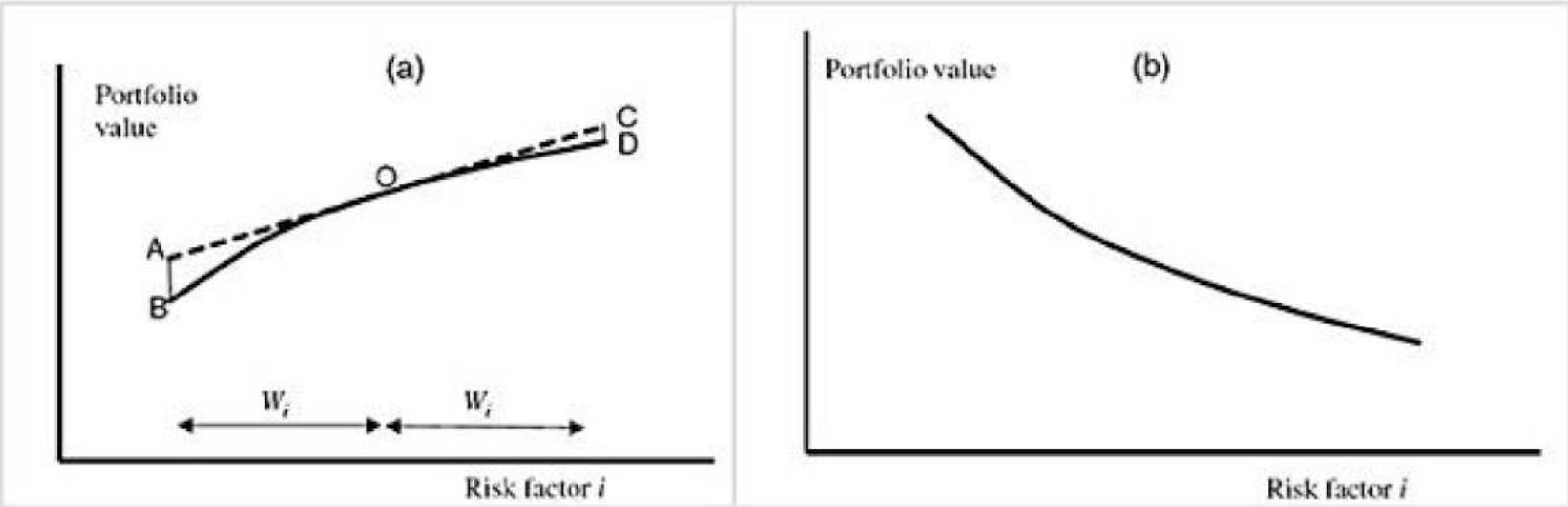



**Figure 18.1** Calculation of Curvature Risk Charge for a Risk Factor In Figure 18.1a, the curvature risk charge is AB; in Figure 18.1b, it is zero.

**Begründung?**

**Quelle: Hull J.C., (2018): Risk Management and Financial Institutions 5ed, Chapter 18**
**> [hier (google books)]**

# Curvature (FRTB)

**Der Aktienkurs ist jetzt um 45% zu erhöhen / zu vermindern:**

**<u>a) Aufwärtsszenario:</u>**

**Call (110 * 1,45) – Call (110) = 60 – 12,86 = 47,14**

- **Bei +45% steigt die Deltaposition um 86 * 45% = 38,7 €, während die Option sogar um 47,14 € steigt.**
- **Also kein Curvaturerisiko bei einer long Position**
- **Bei einer short Position (Verkauf eines Calls) ergäbe sich dagegen ein zusätzlicher Verlust von 47,14 – 38,7 = 8,44 €**

## b) Abwärtsszenario:

Call (110*(1-0,45)) – Call (110) = 0,00 – 12,86 = -12,86

- Bei -45% fällt die Deltaposition um 86 * - 45% = - 38,7 €, während die Option nur um -12,86 € fällt.
- Also wiederum kein Curvaturerisiko bei einer long Position
- Bei einer short Position (Verkauf eines Calls) ergäbe sich dagegen ein um 38,7 - 12,86 = 25,84 € geringerer Gewinn.

**Fazit:**

- **Eine long Position in dem Call liefert höhere Gewinne bzw. geringere Verlsute als eine Direktinvestition in die unterliegende Aktie. Also kein Curvature-Risiko (Anrechnungsbetrag = Null)**
- **Eine short Position liefert dagegen um 8,44 € höhere Verluste (Aufwärtsbewegung) bzw. um 25,84 € geringere Gewinne (Abwärtsbewegung). Anrechnungsbetrag ist dann das Maximum, also 25,84 €**
- **Bei mehreren Derivaten muss noch eine Aggregation unter Berücksichtigung bestimmter Korrelationen erfolgen**

# Vega Risiko (FRTB)

## Erhöhe die Volatilität um 1% und berechne:

$$\frac{Call\left(\sigma=0{,}15+0{,}01\right) - Call\left(\sigma=0{,}15\right)}{0{,}01}$$

- Es ergibt sich ein Betrag von 33,28 €, der noch mit der Volatilität zu multiplizieren ist: 33,28 € * 15% = 4,99 €
- Aus dieser Vega-Sensitivität ergibt sich nach Multiplikation mit verschiedenen Faktoren der Anrechnungsbetrag.

# Schuldtitel

## Ausfallrisiko

**(Eigenmittel nach CRR gemäß Kreditrisikostandardansatz, siehe unten)**

## Zinsänderungsrisiko

- **Duration**
- **Zinsstrukturkurven**
- **Eigenmittelanforderung**

# Inverse Beziehung zwischen Anleihekurs und Zins

***0,25% BRD Anleihe fällig 15.08.2028***


***Umlaufrendite***

## Stärkere Reaktion auf Zinsänderungen bei längerer Laufzeit

***1,25% BRD Anleihe fällig 15.08.2048***


***Umlaufrendite***

# Duration

- **Duration D = barwertgewichtete durchschnittliche Rückzahlungsdauer aller Kupon- und Tilgungs-zahlungen**

- **modifizierte Duration** $D_{mod} = \frac{D}{1+i}$ **, dann gilt:**

**Kursänderung der Anleihe in % ≈ - $D_{mod}$ * $\Delta$ Zins**

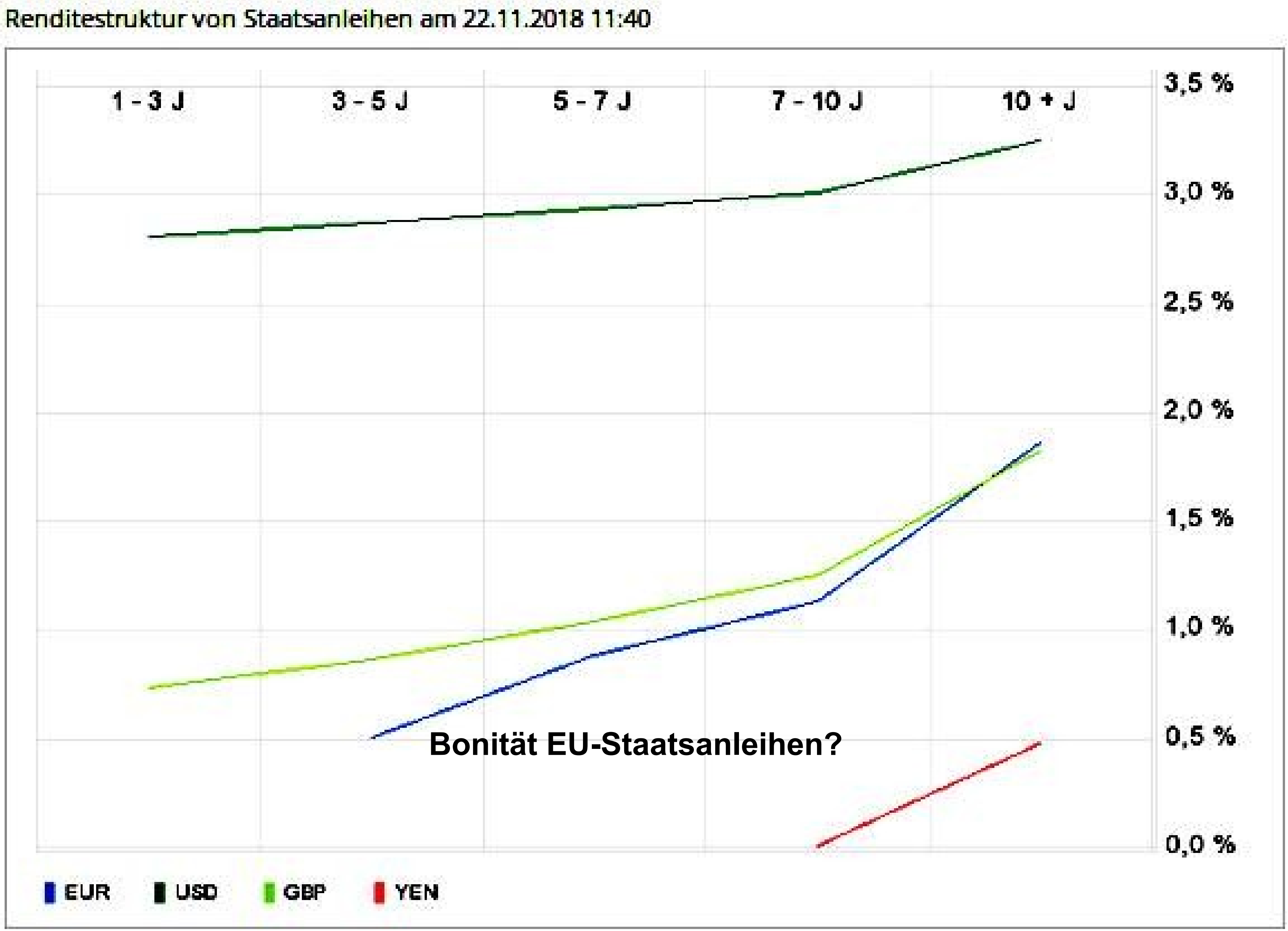
***<u>Problematische Voraussetzung:<br>Flache Zinsstrukturkurve, die sich parallel verschiebt (gleicher Zins für alle Laufzeiten)</u>***

# Exkurs: Beweis zu Duration

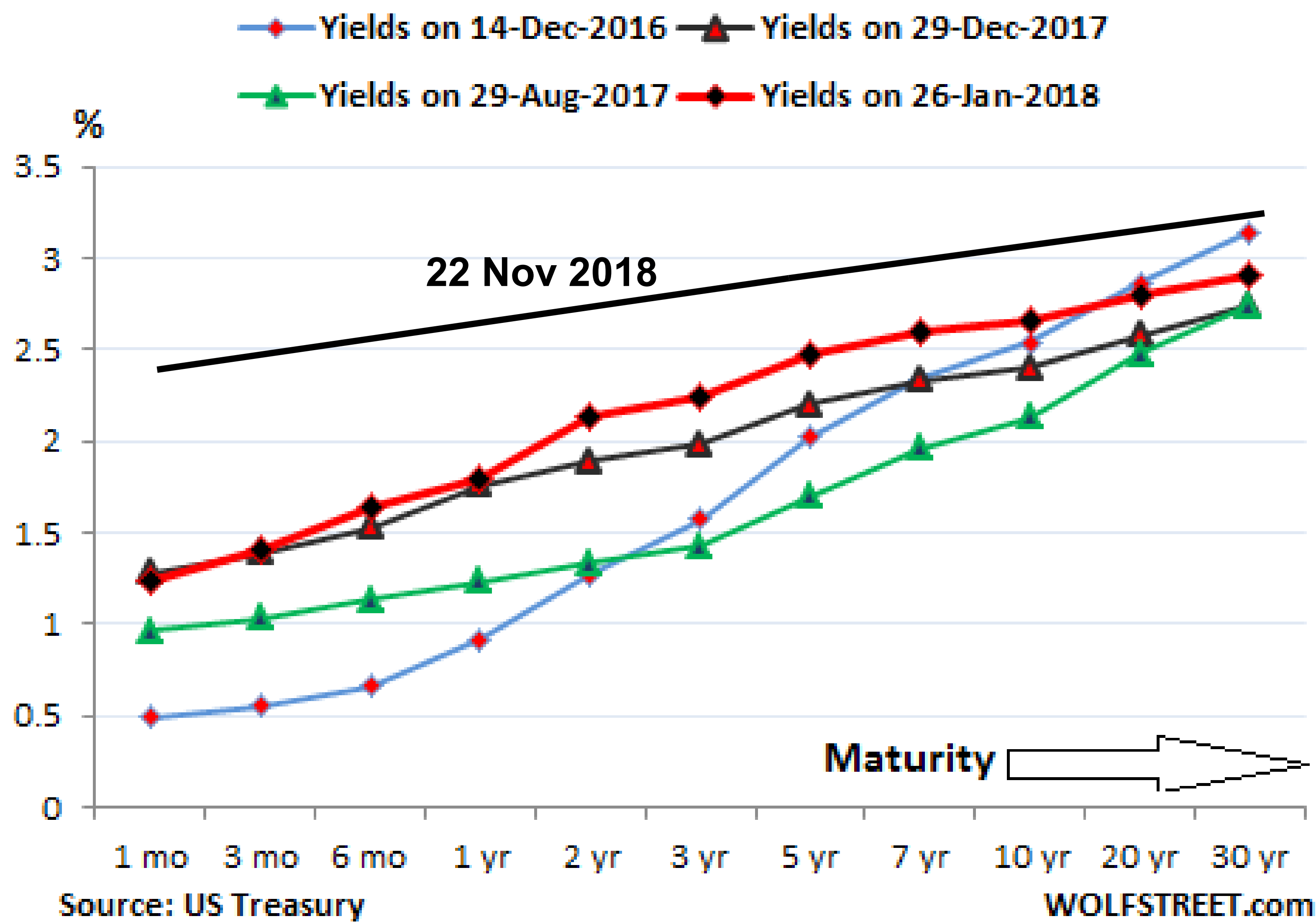
$$\text{Kurs}(\text{Anleihe}) = \sum_{t=1}^{n} \frac{Z_t}{(1+i)^t}$$ **, Ableitung nach Zins i:**

$$\frac{\Delta \text{Kurs}}{\Delta i} = \frac{-1}{1+i} \sum_{t=1}^{n} \frac{t \ Z_t}{(1+i)^t} = \underbrace{\frac{-1}{1+i} \frac{\sum_{t=1}^{n} \frac{t \ Z_t}{(1+i)^t}}{\sum_{t=1}^{n} \frac{Z_t}{(1+i)^t}}}_{= -D_{mod}} \underbrace{\sum_{t=1}^{n} \frac{Z_t}{(1+i)^t}}_{= \text{Anleihekurs}}$$

# Aktuelle Zinsstrukturkurven



# US Treasury Yield Curves Dec 2016 – Nov 2018



# Zinsänderungsrisiken

- Zinsen verschiedener Laufzeiten verändern sich nicht immer parallel und nicht immer (aber meistens, hohe Korrelation) in die gleiche Richtung

- die CRR stellt zwei Verfahren zur Auswahl:
  - Laufzeitbezogene Berechnung (Art. 339 CRR)
  - Durationsbasierte Berechnung (Art. 340 CRR)

- beiden Ansätzen ist gemeinsam, dass die Postionen entsprechend Restlaufzeit bzw. Duration in verschiedene Bänder und Zonen eingeteilt werden.

# Beispiel zur Laufzeitbandmethode

| | | | |
|---|---|---|---|
| | ... | | |
| Zone 2 | Band 1-1,5 Jahre<br><br>Gewicht: 1,25% | +10 Mio.€*1,25% = 125 T€<br><u>- 4 Mio.€*1,25% = -50 T€</u> (Faktor 10%)<br>Ergebnis: 75 T€ | +75 T€<br><u>-45 T€</u> (30%)<br>30 T€ (100%) |
| | ... | | |
| | Band 2,5-3,6 Jahre<br><br>Gewicht: 2,25% | -2 Mio.€*2,25% = -45 T€ | |
| Zone 3 | ... | | |
| | Band 5,7-7,3 Jahre<br><br>Gewicht: 3,25% | +10 Mio.*3,25% = 325 T€ (Faktor 100%) | |

***Summe erforderl. Eigenmittel: 50*10% + 45*30% + 30 + 325 = 373,5 T€***

# Teil II: Kreditrisiken

- Kreditrisiko-Standardansatz (KSA)
- Internal Ratings-Based (IRB) Ansatz
- Herleitung der IRB-Formel
- Mehr-Faktor-Modelle

# Kreditrisiko-Standardansatz (KSA)

Die Preußenbank eG wendet den Standardansatz an. Sie hat nur folgende Darlehen vergeben:

1. 1.500 TEUR an die Brauerei AG, Rating von Moody`s A1 – entspricht der Bonitätsstufe von 2

2. 2.000 TEUR an die Meier AG, Rating von Moody`s Aaa – entspricht der Bonitätsstufe von 1

3. 400 TEUR an die Bier GmbH, besichert durch eine erstrangige Grundschuld auf dem Betriebsgrundstück. Anforderungen für die Zuordnung zur Position „durch Immobilien besicherte Positionen" sind erfüllt.

**Quelle:** O. Fischer 2014: Allg. Bankbetriebswirtschaft-Sicher durch die Zwischen- u. Abschlussprüfung zum geprüften Bankfachwirt

# Bonitätsstufen und Risikogewichte gemäß Art. 112ff. CRR

| *Bonitätsstufe BaFin* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Risikopositionsklassen* | *Jeweilige Risikogewichte in %* | | | | | |
| Zentralstaaten oder Zentralbanken | 0 | 20 | 50 | 100 | 100 | 150 |
| Institute | 20 | 50 | 100 | 100 | 100 | 150 |
| Unternehmen | 20 | 50 | 100 | 100 | 150 | 150 |
| Mengengeschäft | kein externes Rating möglich; Risikogewicht 75 | | | | | |
| durch Immobilien besicherte Positionen | kein externes Rating möglich; Risikogewicht 35/50 | | | | | |

**Quelle:** O. Fischer 2014: Allg. Bankbetriebswirtschaft-Sicher durch die Zwischen- u. Abschlussprüfung zum geprüften Bankfachwirt

***Ermittlung des risikogewichteten Positionsbetrages für Kreditrisiken:***

| | BMG | * Risikogewicht = | risikogewichteter Positionsbetrag |
|---|---|---|---|
| Darlehen 1 | 1.500 TEUR | 50% | 750 TEUR |
| Darlehen 2 | 2.000 TEUR | 20% | 400 TEUR |
| Darlehen 3 | 400 TEUR | 50% | 200 TEUR |
| | | ***Risikogewichteter Positionsbetrag*** | ***1.350 TEUR*** |

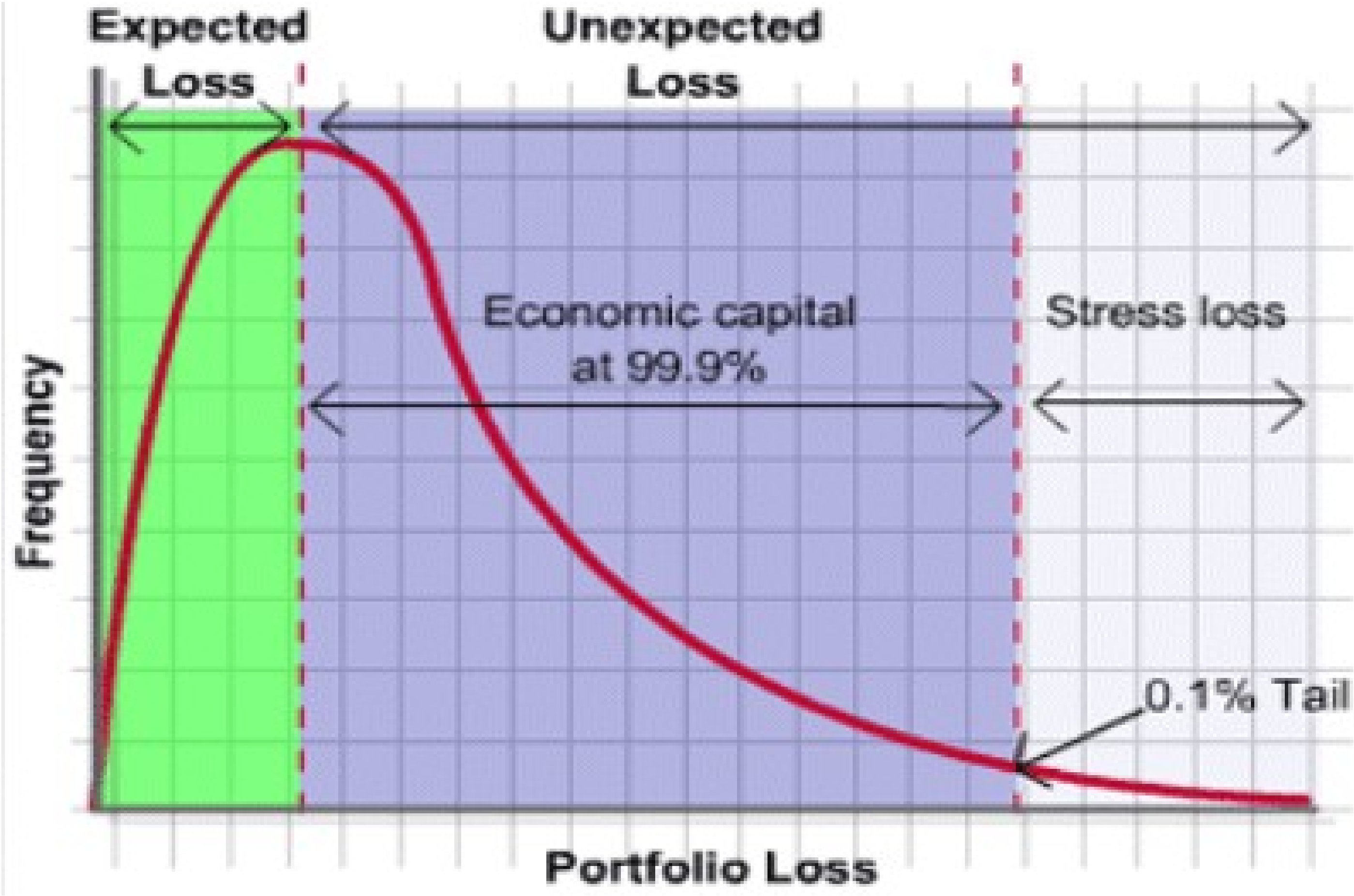
**Quelle:** O. Fischer 2014: Allg. Bankbetriebswirtschaft-Sicher durch die Zwischen- u. Abschlussprüfung zum geprüften Bankfachwirt

# Internal Ratings-Based (IRB) Ansatz

- **Die einjährige Ausfallw-keit (probability of default PD) wird bankintern durch das Institut geschätzt. Die Anwendung setzt eine Erlaubnis der Aufsicht voraus.**
  - **Basis-IRBA:**
    **Nur die PD wird intern geschätzt. Verlustquote bei Ausfall (loss given default LGD) und Laufzeit (maturity M) werden von der Aufsicht vorgegeben.**
  - **Fortgeschrittener-IRBA:**
    **Neben der PD werden auch LGD und M individuell vom Institut berechnet.**

***<u>Wie kann aus diesen Daten das Mindesteigenkapital (Economic Capital) berechnet werden ?</u>***

# Verlustverteilung und Mindesteigenkapital



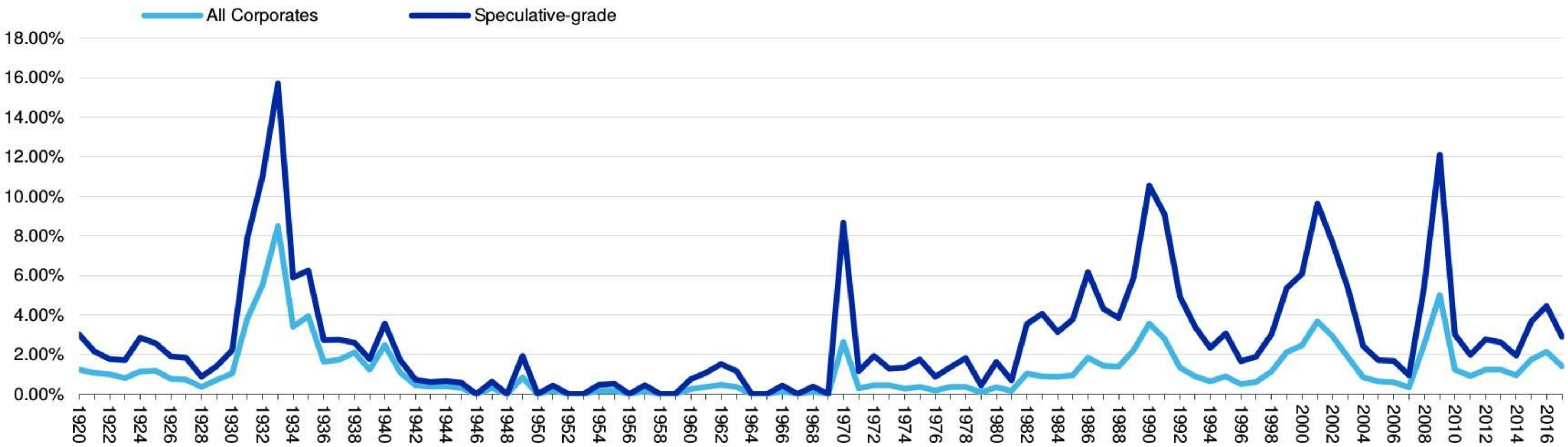

Bildquelle: http://financetrain.com/expected-loss-unexpected-loss-and-loss-distribution/

## Beispiel

- Kreditportfolio mit n = 200 Krediten und probability of default PD = 1%
- mit W-keit 99,90% fallen maximal 7 Kredite aus (Binomial-verteilung)
- die Verluste aus den 1% * 200 = 2 erwarteten Ausfällen sind durch die Zinsmarge gedeckt
- die restlichen 5 „unerwarteten“ Ausfälle entsprechen 2,5% aller Kredite
- bei einer recovery rate von 50% wäre ein Eigenkapital von lediglich 1,25% ausreichend

***Aber: Ausfallereignisse sind nicht stochastisch unabhängig***

# Ausfallraten 1920 – 2017




**Quelle: Moody's > hier**

- **Ausfallraten variieren entsprechend Konjunkturverlauf**
- **dadurch entsteht eine stochastische Abhängigkeit der Ausfallereignisse**

# Bedingte und unbedingte Ausfallraten

- die Banken schätzen eine „unbedingte“ probability of default PD als Durchschnittswert über die Konjunkturzyklen hinweg (through the cycle)

- relevant für die Eigenkapitalunterlegung ist dagegen die Ausfallrate in einem absolutem worst case bzw. Stressszenario (wieviel Eigenkapital ist nötig, dass die Bank ein solches Stressszenario überlebt?)

- im IRB-Ansatz (CRR) wird das Vasicek-Ein-Faktor-Modell verwendet. Dabei wird unterstellt, dass ein Kredit notleidend wird, wenn die Asset-Rendite $y_i$ des Kreditnehmers i unter einer kritischen Defaultschwelle D liegt.

# Vasicek-Ein-Faktor-Modell

- **Asset-Rendite** $y_i = \sqrt{R}\,X + \sqrt{1-R}\,\varepsilon_i$
- $X$ **(bildet die Konjunktur ab) und die** $\varepsilon_i$ **(kreditnehmer-spezifische Risiko) sind paarweise unabhängig und standardnormalverteilt.**
- **dann ist auch die Asset-Rendite** $y_i$ **standardnormalverteilt.**
- $R$ **ist die Korrelation der Asset-Renditen (von der Aufsicht vorgegeben)**

- **wähle Defaultschwelle D = $N^{-1}$(PD). Damit ist das Modell so kalibriert, dass die through-the-cycle Ausfallrate mit der von der Bank geschätzten probability of default PD übereinstimmt.**

- **unterstelle nun ein worst-case Szenario X = - $N^{-1}$(0,999) = -3. Dieser Wert wird in 99,9% aller Fälle nicht unterschritten. Die (bedingte) Ausfallwahrscheinlichkeit in diesem Stressszenario ist:**

$$P\left[-N^{-1}(0{,}999)\ \sqrt{R}+\sqrt{1-R}\ \varepsilon_i\ <\ N^{-1}(PD)\right]$$

## Der Ausdruck lässt sich wie folgt weiter umformen:

$$P\left(\varepsilon_i < \frac{N^{-1}(PD) + N^{-1}(0{,}999)\ \sqrt{R}}{\sqrt{1-R}}\right)$$

$$= N\left(\frac{N^{-1}(PD) + N^{-1}(0{,}999)\ \sqrt{R}}{\sqrt{1-R}}\right)$$

**Damit ist die Ausfallrate im worst-case Szenario gegeben.**

**Lit.: Rau-Bredow, H. 2001: Kreditrisikomodellierung und Risikogewichte im Neuen Basler Accord, Zeitschrift für das gesamte Kreditwesen, S. 1004-1005, Hartmann-Wendels et al. 2015: Bankbetriebslehre S. 532ff.**

# IRB-Formel in der CRR …

- ist das Produkt aus dieser worst-case Ausfallrate und dem entsprechenden LGD
- abzüglich erwarteter Verlust = LGD * PD
- Differenz wird für Laufzeiten M ≠ 1 Jahr noch mit einem Maturity-Anpassungsfaktor multipliziert
- der Faktor 12,5 ist einfach der Kehrwert für eine Kapitalquote von 8%
- 1,06 ist ein bei Basel II eingeführter Scaling-Faktor, damit sich das aggregierte Mindesteigenkapital des gesamten Bankensektors gegenüber Basel I nicht reduziert.

# Art. 153 CRR: Risikogewichtete Positionsbeträge für Risikopositionen gegenüber Unternehmen, Instituten, Zentralstaaten und Zentralbanken

iii) wenn $0 < PD < 1$, ist

$$RW = \left( LGD \cdot N\left( \frac{1}{\sqrt{1-R}} \cdot G(PD) + \sqrt{\frac{R}{1-R}} \cdot G(0.999) \right) - LGD \cdot PD \right) \cdot \frac{1 + (M - 2{,}5) \cdot b}{1 - 1{,}5 \cdot b} \cdot 12{,}5 \cdot 1{,}06$$

dabei entspricht

N(x) = der kumulativen Verteilungsfunktion einer standardnormalverteilten Zufallsvariablen (d.h. der Wahrscheinlichkeit, dass eine normalverteilte Zufallsvariable mit einem Erwartungswert von null und einer Standardabweichung von eins kleiner oder gleich x ist),

G(Z) = der inversen kumulativen Verteilungsfunktion einer standardnormalverteilten Zufallsvariablen (d.h. dem Wert von x, so dass N(x) = z),

R = dem Korrelationskoeffizienten, festgelegt als

$$R = 0.12 \cdot \frac{1 - e^{-50 \cdot PD}}{1 - e^{-50}} + 0.24 \cdot \left( 1 - \frac{1 - e^{-50 \cdot PD}}{1 - e^{-50}} \right)$$

b = dem Laufzeitanpassungsfaktor, festgelegt als

$$b = (0.11852 - 0.05478 \cdot \ln(PD))^2.$$

# Exkurs: Geschätzte vs. tatsächliche Ausfallrate

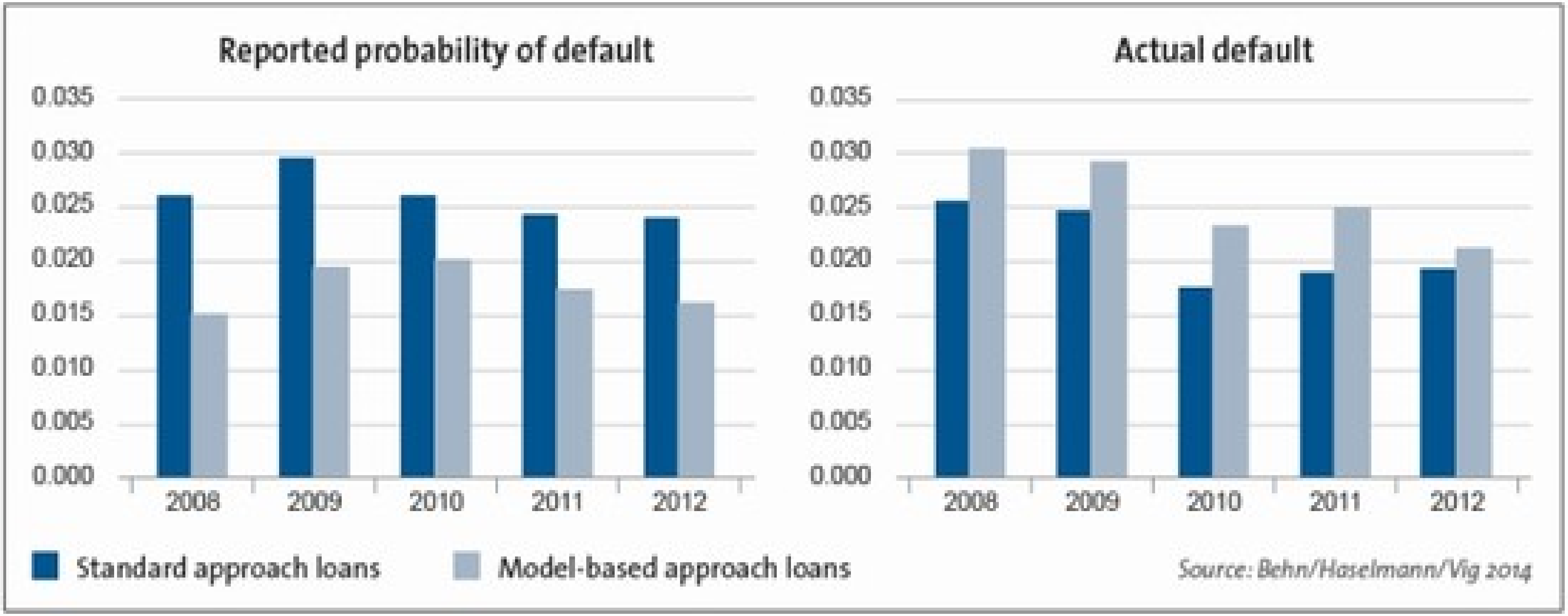



**Figure 1:** Reported probability of default and actual default rate under the standard and the model-based approach

Quelle: Haselmann, R.: Credit Risk of Financial Institutions has Increased through Basel II (SAFE Newsletter Q4 2014, Interview) **>** hier

## Mehr-Faktor-Modell I: CreditMetrics (JP Morgan)

- **Asset-Rendite Kreditnehmer i:** $y_i = w_{i1} X_1 + \ldots w_{im} X_m + a_i \varepsilon_i$
- **Kreditnehmer i migriert zu Ratingstufe k falls** $S_{k-1} < y_i < S_k$ **,** **dabei werden Schranken** $S_k$ **so kalibriert, dass theoretische W-keiten gleich historischen Migrationsw-keiten**
- **Monte-Carlo-Simulation: Erzeuge zufällige Szenarien für die Variablen** $X_{1,} \ldots, X_m, \varepsilon_i$ **.**
- **aus der Simulation erhält man eine W-keitsverteilung für die möglichen Verluste des Kreditportfolios**

# Mehr-Faktor-Modell II: CreditRisk+ von Credit Suisse

- **<u>Poisson-Verteilung</u>:** $P(k\ \text{Ausfälle}) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$ **, wobei**
  **Ausfallintensität $\lambda$ die erwartete Anzahl der Ausfälle ist.**

- **Beispiel: N=1.200 Kredite, Ausfallw-keit p = 1% => $\lambda$ =12:**

$$P(15\ \text{Ausfälle}) = e^{-12} \frac{12^{15}}{15!} = 7{,}24\%$$

- **$\lambda$ nicht konstant, sondern gammaverteilt (systemat. Risiko)**

- **Verlustverteilung lässt sich analytisch berechnen**
  **(negative Binomialverteilung, bekannte Schadensverteilung in der Versicherungsmathematik)**